ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JUIN 1949.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES JACOB.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **George Pólya**, Correspondant de l'Académie, Professeur à l'Université de Stanford (Californie), **Frederic Riesz**, Correspondant de l'Académie, Professeur à l'Université de Budapest, **Marcel Riesz**, Professeur à l'Université de Lund (Suède), **Ole Peder Arvesen**, Professeur à l'École Polytechnique de Trondheim (Norvège), qui assistent à la séance.

M. le **Président** annonce à l'Académie que la prochaine séance annuelle des prix aura lieu le lundi 19 décembre 1949.

MÉCANIQUE. — *Sur la génération des engrenages.* Note (*) de M. **Jules Haag.**

La parution récente d'un nouvel ouvrage de M. Capelle (1) sur cet important problème m'a incité à revoir un travail rédigé en mars 1945 et non publié. Je pense qu'il est peut-être utile d'en exposer les grandes lignes.

1. Soit le trièdre de référence T_0 et le trièdre T_1 dont la position par rapport à T_0 dépend du paramètre λ_1. Soit de même le trièdre T_2, dont la position par rapport à T_0 dépend de $\lambda_2 = f(\lambda_1)$. Représentons par les symboles (T_1, T_0) et (T_2, T_0) les mouvements conjugués obéissant à la relation ci-dessus. Cette liaison peut être réalisée matériellement par le contact de deux surfaces D_1 et D_2, respectivement solidaires de T_1 et T_2 et qui limitent des *dents*. Telle est la définition générale d'un *engrenage*. On dit qu'il est à *contact ponctuel* ou *linéaire* suivant que D_1 et D_2 sont tangentes en un seul point ou le long d'une ligne.

(*) Séance du 20 juin 1949.

(1) *Théorie et calcul des engrenages hypoïds.* Paris, 1949.

2. Imaginons maintenant un autre trièdre T, animé par rapport à T_0 du mouvement arbitraire (T, T_0), appelé *mouvement générateur*. A ce trièdre est liée une surface N appelée *surface de coupe*. Dans la pratique, cette surface est engendrée par l'arête d'un couteau, animé d'un mouvement plus ou moins compliqué par rapport au chariot solidaire de T [2].

Donnons simultanément à T, T_1, T_2 les trois mouvements ci-dessus. Appelons S, S_1, S_2 les systèmes de vecteurs donnant la distribution des vitesses dans ces trois mouvements. Dans le mouvement (T, T_1), la caractéristique C_1 de N est le lieu des points de N où la normale appartient au complexe linéaire $(S-S_1)$ des droites de moment nul par rapport au système $S-S_1$. L'enveloppe de N est une surface D_1, tangente à N le long de C_1. Le mouvement (T, T_2) nous donne de même C_2 et D_2. Soit M un point commum à C_1 et C_2. Les surfaces D_1 et D_2 sont tangentes en M à N, donc tangentes entre elles. Ce sont les dents du n° 1.

Si les courbes C_1 et C_2 ont un seul point commun, on a un engrenage à contact ponctuel; si elles ont un arc commun, on a un engrenage à contact linéaire.

Pour la génération des dents, on peut évidemment substituer au trièdre de référence T_0 un autre trièdre T'_0, animé d'un mouvement arbitraire (T'_0, T_0). Le mouvement générateur devient $(T, T'_0) = (T, T_0) + (T_0, T'_0)$.

3. Pour des raisons d'ordre technique, les engrenages à contact linéaire sont particulièrement recherchés. Voyons comment on peut les obtenir. Deux cas sont à considérer :

I. *Surface de coupe arbitraire.* — Il faut et il suffit que les complexes linéaires $(S-S_1)$ et $(S-S_2)$ soient confondus, ce qui se traduit par

$$(1) \qquad S-S_1 = \lambda(S-S_2),$$

le facteur λ pouvant être choisi arbitrairement en fonction du paramètre λ_1 du n° 1. Il y a donc une infinité de mouvements générateurs réalisant cette condition.

II. *Mouvement générateur arbitraire.* — On doit choisir la surface de coupe de manière qu'elle coupe orthogonalement les génératrices d'une surface réglée appartenant à la congruence linéaire commune aux complexes linéaires $(S-S_1)$ et $(S-S_2)$.

L'étude de ces deux questions du point de vue général envisagé ci-dessus peut intéresser les géomètres; mais, elle n'intéresse les mécaniciens que si les mouvements de T, T_1, T_2 par rapport à T_0 sont des mouvements simples, tels que mouvements hélicoïdaux, rotations ou translations.

---

[2] Pour les détails techniques, se reporter au premier ouvrage de M. Capelle : *Étude de la génération des engrenages par la méthode des roulettes*. Paris, 1938.

4. Plaçons-nous dans cette hypothèse et soient A, A_1, A_2 les axes des trois mouvements; k, k_1, k_2 leurs pas, ω, ω_1, ω_2 leurs vitesses angulaires.

Dans le cas I, les trois axes doivent avoir la même perpendiculaire commune Ox. Prenons Oz suivant A et appelons R_1, R_2 les abscisses de A_1, A_2; θ_1, θ_2 les angles de Oz avec A_1 et A_2. Les coordonnées des systèmes S, S_1, S_2 par rapport à $Oxyz$ sont respectivement

$$0, 0, \omega, 0, 0, k\omega; \quad 0, \quad -\omega_1\sin\theta_1, \quad \omega_1\cos\theta_1, \quad 0, \quad -R_1\omega_1\cos\theta_1, \quad k_1\omega_1 - R_1\omega_1\sin\theta_1$$

et les expressions analogues avec l'indice 2. La condition (1) se traduit par

$$\frac{\omega_1\sin\theta_1}{\omega_2\sin\theta_2} = \frac{\omega-\omega_1\cos\theta_1}{\omega-\omega_2\cos\theta_2} = \frac{R_1\omega_1\cos\theta_1}{R_2\omega_2\cos\theta_2} = \frac{k\omega-k_1\omega_1+R_1\omega_1\sin\theta_1}{k\omega-k_2\omega_2+R_2\omega_2\sin\theta_2} = \lambda.$$

Choisissons arbitrairement ω_1, ω_2, k_1, k_2, ainsi que θ_1, θ_2, sous réserve que $\theta_2-\theta_1=\alpha$, angle des deux axes A_1 et A_2. On a immédiatement, en posant $R_2-R_1=a$, distance des axes A_1, A_2,

$$(2)\qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{R_1}{R_2}=\dfrac{\operatorname{tg}\theta_1}{\operatorname{tg}\theta_2}, \qquad \omega=\dfrac{\omega_1\omega_2\sin\alpha}{\omega_2\sin\theta_2-\omega_1\sin\theta_1}, \\ k=\dfrac{k_1\sin\theta_2-k_2\sin\theta_1}{\sin\alpha}+\dfrac{a\sin\theta_1\sin\theta_2}{\sin\alpha}. \end{array}\right.$$

La première de ces formules détermine O sur la perpendiculaire commune, donc la position de l'axe Oz du mouvement générateur; la deuxième et la troisième donnent la vitesse angulaire et le pas de ce mouvement.

En général, les mouvements de T_1 et T_2 par rapport à T_0 sont des rotations, de sorte que $k_1=k_2=0$; le premier terme de la troisième formule disparaît. On voit *qu'il y a une infinité de manières de tailler les dents d'un engrenage gauche à contact linéaire, au moyen d'un mouvement générateur hélicoïdal, la surface de coupe étant arbitraire.*

En remplaçant T_0 par T'_0 animé d'une translation suivant Oz, on peut réduire le mouvement générateur à une rotation; mais le bâti supportant A_1 par exemple doit alors subir une translation.

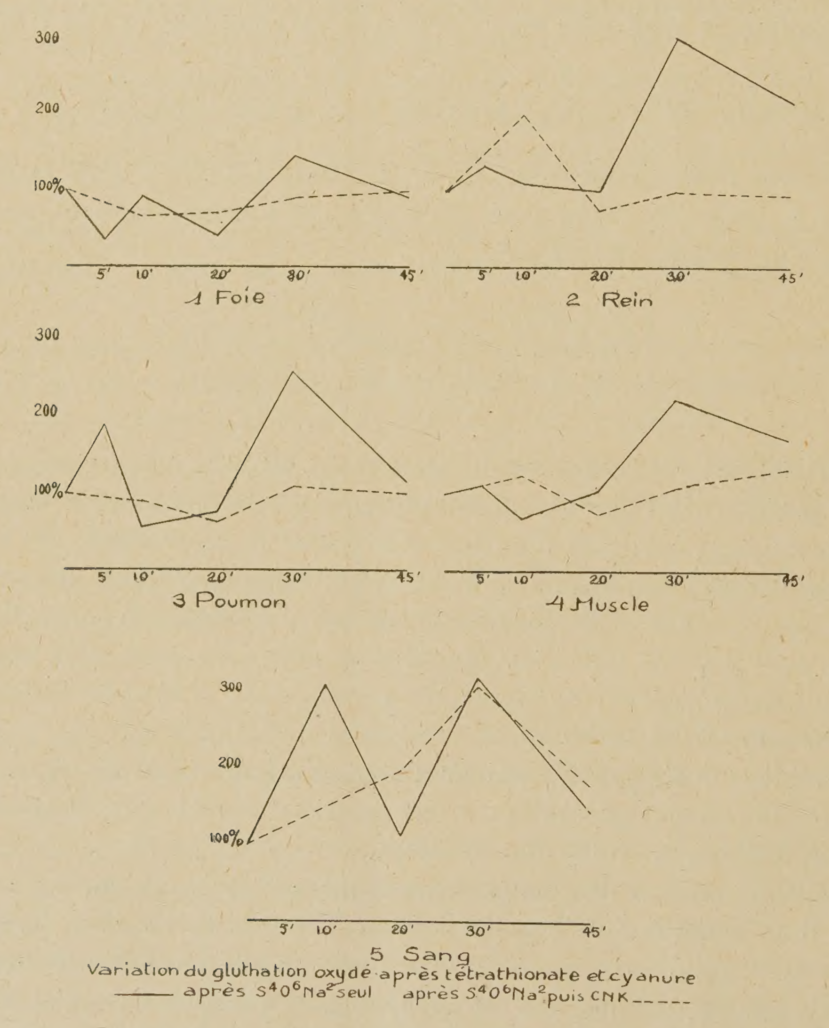
On pourrait obtenir des mouvements générateurs plus compliqués par la viration d'un conoïde de Plücker (*voir* un Mémoire de l'auteur dans *Journ. Math. pures et appl.*, 1910, p. 355); mais, cela n'a pas d'intérêt pratique.

J'ai fait une étude complète du cas II; à part quelques cas particuliers, je n'ai obtenu que des résultats déjà trouvés par M. Capelle dans son premier Mémoire.

J'ai étudié également le problème des interférences locales, ainsi que celui du rendement; mais, je ne puis exposer ici les résultats obtenus dans cette voie.

BIOLOGIE. — *Sur le mécanisme de l'action antidote du tétrathionate de sodium vis-à-vis de l'intoxication cyanhydrique.* Note de MM. **Léon Binet, Georges Wellers**, et **Jacques Dubrisay.**

Dans deux Notes précédentes [1] nous avons souligné l'efficacité du tétrathionate de sodium comme antidote de l'intoxication cyanhydrique et montré qu'il existait un parallélisme entre l'action préventive du tétrathionate et son action oxydante sur le glutathion des tissus.



Variation du gluthation oxydé après tétrathionate et cyanure
——— après $S^4O^6Na^2$ seul après $S^4O^6Na^2$ puis CNK - - - - -

Nous avons cherché à prouver l'utilisation effective du glutathion oxydé par le tétrathionate dans la lutte contre l'intoxication cyanhydrique. Dans ce but, nous avons comparé les variations du taux de glutathion de l'organisme après

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 1941; 228, 1949, p. 1781.

injection de tétrathionate seul, rapportées dans notre précédente Note, avec celles obtenues après administration de tétrathionate, puis de cyanure de potassium.

Nous avons donc continué les dosages de glutathion des divers organes, 5 minutes après injection sous-cutanée de deux doses minima mortelles (30 mg/kg) de CNK, celle-ci étant elle-même faite un temps variable après une injection intra-péritonéale de 200 mg/kg de tétrathionate. Les résultats sont consignés dans les tableaux I et II.

TABLEAU I. — *Glutathion* (en mg) *après tétrathionate, puis cyanure.*

Nombre d'Animaux.	Intervalle entre les inj.	Intervalle après CNK.	Sang Tot.	Sang Réd.	Sang Ox.	Foie Tot.	Foie Réd.	Foie Ox.	Rein Tot.	Rein Réd.	Rein Ox.	Poumon Tot.	Poumon Réd.	Poumon Ox.	Muscle Tot.	Muscle Réd.	Muscle Ox.
4.....	5	+ 5	43,4	28,9	14,5	184,4	149,7	34,7	187,9	122,4	65,5	88,5	59,6	28,9	52,8	26,9	25,9
3.....	15	+ 5	56,9	37,9	19	197,6	161,2	36,4	178,2	153,3	24,9	96,8	76,6	20,2	48,3	33,1	15,2
6.....	25	+ 5	66,1	37,7	28,4	232,8	182,8	50	203,7	169,4	34,3	117,6	82,8	34,8	52,5	30,2	22,3
5.....	40	+ 5	53,6	36,4	17,2	188,8	135,7	53,1	183,4	152,8	30,6	116,6	74,4	42,2	58,3	30,9	27,4

TABLEAU II. — *Glutathion après tétrathionate, puis cyanure,* en % de la normale.

Nombre d'Animaux.	Intervalle entre les inj.	Intervalle après CNK.	Sang Tot.	Sang Réd.	Sang Ox.	Foie Tot.	Foie Réd.	Foie Ox.	Rein Tot.	Rein Réd.	Rein Ox.	Poumon Tot.	Poumon Réd.	Poumon Ox.	Muscle Tot.	Muscle Réd.	Muscle Ox.
4........	5	+ 5	79	64	151	72	74	65	97	76	198	82	79	90	102	86	128
3........	15	+ 5	103	83	197	77	80	68	92	95	75	90	102	63	88	106	75
6........	25	+ 5	120	83	312	91	91	91	105	106	102	110	110	110	102	97	110
5........	40	+ 5	104	80	178	74	67	100	95	95	95	109	100	131	106	99	135

Une vérification préalable nous ayant prouvé que le cyanure seul n'entraîne pas de modifications appréciables du chiffre de glutathion et en particulier du glutathion oxydé, on voit par contre que les modifications de celui-ci sont très différentes après tétrathionate seul ou après tétrathionate et cyanure.

Dans le muscle, le foie, le rein et le poumon, la baisse du glutathion oxydé sous l'effet du tétrathionate entre la 25e et la 30e minute est abolie après injection de cyanure de potassium. Dans ces organes, il semble donc bien y avoir utilisation du glutathion oxydé dans la lutte contre l'intoxication cyanhydrique.

Par contre, l'oxydation à ce stade du glutathion dans le sang n'est pas modifiée, ce qui semble prouver que la détoxication est dans ce cas un processus tissulaire et non humoral.

Pourtant, dans le sang et le poumon, l'oxydation initiale entre les 5e et 10e minutes est abolie par le cyanure, ce qui permet de penser qu'à ce stade, le siège de la détoxication n'est peut-être pas le même.

En conclusion, un certain nombre d'arguments paraissent confirmer notre

hypothèse sur le mécanisme d'action du tétrathionate de sodium dans la lutte contre l'intoxication cyanhydrique, par l'intermédiaire de l'oxydation des groupements sulfhydrilés, et en particulier du glutathion.

En effet, d'une part l'action préventive du tétrathionate est parallèle à son action oxydante sur le glutathion, d'autre part, la hausse du taux du glutathion oxydé sous l'influence du tétrathionate est abolie par le cyanure de potassium. Il semble d'ailleurs que deux stades puissent être ici distingués : *un stade précoce* (5 à 10 minutes après l'injection de tétrathionate) où dans le sang le glutathion est oxydé par le tétrathionate et utilisé par le cyanure; un *stade plus tardif*, où ces phénomènes ont un siège non plus humoral, mais tissulaire, dans les principaux organes tels que le foie, le rein et le muscle.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Couche-limite laminaire sur l'hélicoïde en viration uniforme*. Note (*) de M. **Maurice Roy**.

1. Soit, en coordonnées cylindriques (x, r, θ), une *lame hélicoïde* semi-indéfinie ($x \geq 0$, $r \geq r_0$, pas h négatif). Imaginons-la en rotation uniforme ω autour de Ox dans un liquide indéfini, à très faible viscosité cinématique ν et à vitesse axiale V uniforme à l'amont ($V = -\omega h/2\pi > 0$). L'écoulement relatif permanent est le même que si la lame était en viration uniforme $(-V, \omega)$ dans le liquide en repos. La couche limite, supposée laminaire, est identique sur les deux faces de la lame.

Cette généralisation du problème classique de la plaque plane est une introduction naturelle à l'étude de la couche-limite sur des ailettes tournantes de turbo-machine axiale.

2. Prenons pour coordonnées curvilignes locales s, n, r : l'hélice circulaire d'axe Ox et de pas h, orientée suivant le flux, l'hélice orthogonale, et la direction radiale centrifuge, les axes $\vec{s}$, $\vec{n}$, $\vec{r}$ formant un trièdre direct. Notons v_s, v_n, v_r les composantes de la vitesse relative, fonctions de s, n, r.

Posons $\operatorname{tg}\beta = \omega_r/V$ et $\nu = \varepsilon^2 VL$, (ε, nombre infiniment petit; L, longueur finie de référence, par exemple $L = r_0$), et admettons que, dans l'épaisseur $\delta = k(s, r)\varepsilon L$ (k, fini) de la couche-limite, v_n reste d'ordre εV et toutes ses dérivées partielles d'ordre ε par rapport à celles de v_s.

3. On établit, d'abord, que, *dans la couche-limite*, v_r *est d'ordre* V *comme* v_s, et non d'ordre εV comme v_n, sinon v_s et v_n devraient être les mêmes qu'en plaque plane et, en outre, v_s devrait être égal à $(\omega r/\sin\beta) = (V/\cos\beta)$, conditions incompatibles et absurdes.

J'admets que les dérivées partielles de v_r et de v_s sont de même ordre. L'équation du mouvement suivant $\vec{n}$ donne alors, par une intégration jusqu'à la

(*) Séance du 20 juin 1949.

frontière de la couche, où la pression p est celle p_0 du courant sain

$$(1) \qquad p \simeq p_0 - 2\rho\omega\cos\beta \int_n^{\delta} v_r\,dn',$$

qui montre que la variation relative de p dans la couche est d'ordre ε (au lieu de ε^2 dans le problème de la plaque plane).

Il en résulte que, dans les équations du mouvement suivant $\vec{s}$ et $\vec{r}$, p peut encore être regardé comme quasi constant.

Les *équations de la couche-limite* se réduisent alors à

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial v_s}{\partial s} + \frac{\partial v_n}{\partial n} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0;\\ &v_s\frac{\partial v_s}{\partial s} + v_n\frac{\partial v_s}{\partial n} + v_r\frac{\partial v_s}{\partial r} + \frac{v_r\sin\beta}{r}(v_s\sin\beta - 2\omega r) = \nu\frac{\partial^2 v_s}{\partial n^2};\\ &v_s\frac{\partial v_r}{\partial s} + v_n\frac{\partial v_r}{\partial n} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{(v_s\sin\beta - \omega r)^2}{r} = \nu\frac{\partial^2 v_r}{\partial n^2}. \end{aligned} \right.$$

L'effort unitaire $\vec{\Pi}$ exercé sur la paroi (indice p) par le flux situé du côté $n > 0$, a pour composantes :

$$(3) \qquad \Pi_s = \rho\nu\left(\frac{\partial v_s}{\partial n}\right)_p, \qquad \Pi_n = -p_0 + 2\rho\omega\cos s\int_0^{\delta} v_r\,dn, \qquad \Pi_r = \rho\nu\left(\frac{\partial v_r}{\partial n}\right)_p.$$

L'effort radial tangentiel Π_r n'occasionne pas de couple résistant, mais il est lié à l'écoulement dans la couche-limite, donc à la dissipation d'énergie qui s'y produit et qui se solde par ledit couple, à compenser par un couple moteur extérieur pour entretenir la rotation uniforme de la lame hélicoïde.

4. En éliminant v_n entre les trois équations (2), il reste deux équations aux dérivées partielles du second ordre pour v_s et v_r. Aucune *loi d'affinité* ne paraît admissible pour v_s ou v_r, contrairement à l'hypothèse classique pour v_s en plaque plane.

La résolution complète de (2) paraît alors inabordable. On peut cependant discuter certaines hypothèses plausibles et noter des différences importantes avec le cas classique de la plaque plane.

Concernant v_r, on note qu'à la paroi $\partial v_r/\partial n$ est (comme $\partial v_s/\partial n$) d'ordre $V/\varepsilon L$, et que $\partial^2 v_r/\partial n^2$ est d'ordre $-V/\varepsilon^2 L^2$, tandis que $\partial^2 v_s/\partial n^2$ est d'ordre $V/\varepsilon L^2$. La loi $v_r(n)$, pour s et r fixés, pourrait se concevoir de la forme $v_r = VA\eta e^{-\eta}$, avec A fini et $\eta = n/\delta$.

On peut, par suite, être tenté de regarder $\partial v_r/\partial n$ comme susceptible de devenir *beaucoup plus grand à la paroi* que $\partial v_s/\partial n$.

D'autre part, tout près de la paroi, où v_r serait très vite comparable à V, la première équation (2) montre que $\partial v_s/\partial s$ peut aisément devenir négatif et beaucoup plus grand (en module) que dans le cas de la plaque plane, où $(\partial v_s/\partial n)_p$ ne tend vers zéro que pour s infini.

Il semble ainsi possible que, par la centrifugation très intense de la couche-limite (si tg β est assez grand, r restant fini) près de la lame, v_s puisse changer de signe le long de la lame, ce qui correspondrait à un *décollement*, se rapprochant du bord d'attaque pour r croissant, le lieu de ce décollement étant défini par $(\partial v_s/\partial n)_p = 0$.

5. La difficulté de résolution de nos équations (2) fait ressortir l'intérêt d'expériences destinées à révéler, par exemple au moyen d'une action chimique du flux sur la paroi hélicoïde préparée à cet effet, l'allure de l'écoulement dans la couche-limite très près de la paroi, où le caractère laminaire reste prépondérant. Cette recherche serait importante, car la possibilité de décollements prématurés sur l'extrados où l'intrados des ailettes de turbomachine axiale aurait des conséquences importantes quant à la validité des théories tourbillonnaires usuelles.

M. **Louis de Broglie** fait hommage d'un Ouvrage de **Olivier Costa de Beauregard** intitulé : *La Théorie de la Relativité restreinte*, dont il a écrit la *Préface*.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, Sir **Chandrasekhara Venkata Raman** est élu Associé étranger, en remplacement de M. *Godfrey Harold Hardy*, décédé, et M. **Léon Moret** est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie.

PRÉSENTATIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, l'Académie décide de présenter M. **Romain Lafont**, pour le poste d'Assistant vacant à l'Institut Océanographique de Nhatrang.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

C. A. V. Houard, Sa vie, son œuvre, par J. H. L.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la positivité des déterminants de translation des fonctions de fréquence de Pólya, avec une application à un problème d'interpolation.* Note de M. **Isaac J. Schoenberg** et M[lle] **Anne Whitney**, présentée par M. Paul Montel.

Une fonction $\Lambda(x)$ $(-\infty < x < \infty)$ est dite fonction de fréquence de Pólya (en abrégé f. f. P.) si elle est mesurable $\int_{-\infty}^{\infty} \Lambda(x)\,dx = 1$, et telle que pour

$x_1 < x_2 < \ldots < x_n$; $y_1 < y_2 < \ldots < y_n$, on ait toujours

$$D = \text{Dét.} \| \Lambda(x_i - y_j) \|_{1,n} \geq 0 \quad \text{pour} \quad n = 1, 2, 3, \ldots.$$

On sait [1] qu'une f. f. P. $\Lambda(x)$ admet une transformée de Laplace bilatérale

$$(1) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-xs} \Lambda(x)\, dx = \frac{1}{\Phi(s)} \qquad (-c < \mathcal{R}s < c),$$

où $\Phi(s)$ est une fonction entière du type de Laguerre et Pólya [2]

$$(2) \qquad \Phi(s) = e^{-\gamma s^2 - \delta s} \prod_{\nu=1}^{\infty} (1 + \delta_\nu s)\, e^{-\delta_\nu s} \qquad \left(\gamma \geq 0,\ 0 < \gamma + \sum_1^{\infty} \delta_\nu^2 < \infty\right)$$

et que, également, la réciproque d'une fonction $\Phi(s)$ de ce type admet une représentation (1) où $\Lambda(x)$ est une f. f. P. L'objet de cette Note est la solution du problème suivant : *Soit $\Lambda(x)$ une f. f. P. donnée. Quelles sont les conditions pour que l'on ait* $D = \text{dét.} \| \Lambda(x_i - y_j) \|_{1,n} > 0$? La réponse est donnée par le théorème suivant :

Théorème. — *On a toujours* $D > 0$ *si* $\gamma > 0$, *ou, si* $\gamma = 0$, *lorsque la série* $\sum_1^{\infty} |\delta_\nu|$ *est divergente. Si* $\sum_1^{\infty} |\delta_\nu|$ *est convergente, soient k et h respectivement les nombres des termes positifs et négatifs de la suite*

$$\delta_1, \quad \delta_2, \quad \ldots \quad (0 \leq k,\ h \leq \infty,\ k + h > 1),$$

et soit $\Delta = \delta + \sum_1^{\infty} \delta_\nu$. *Alors les inégalités*

$$x_{i-k} < y_i - \Delta < x_{i+h} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où $x_j = -\infty$ *si* $j \leq 0$ *et* $x_j = \infty$ *si* $j > n$, *sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'on ait* $D > 0$.

Considérons la puissance tronquée

$$x_+^k = \begin{cases} x^k & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases} \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

En tenant compte de la relation

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-xs} x_+^k e^{-x}\, dx = \frac{k!}{(1+s)^{k-1}} \qquad (\mathcal{R}s > -1)$$

on obtient comme cas particulier le

Corollaire. — *Les inégalités*

$$x_{i-k-1} < y_i < x_i \qquad (i = 1, \ldots, n;\ x_j = -\infty \text{ si } j \leq 0)$$

---

[1] I. J. Schoenberg, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 33, 1947, p. 11-17.

[2] *Rendiconti di Palermo*, 36, 1913, p. 1-17.

sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'on ait

$$D = \text{dét} \| (x_i - y_j)_+^k \|_{1,n} > 0 \quad (^3).$$

Soient $\xi_1 < \xi_2 < \ldots < \xi_n$ des abscisses données et $k \geq 1$. Supposons donnés, dans chacun des intervalles $(-\infty, \xi_1)$, (ξ_1, ξ_2), ..., $(\xi_n, +\infty)$, un polynome de degré $\leq k$ et que ces $n+1$ polynomes se raccordent pour former une fonction $F(x)$ continue ainsi que ses $k-1$ premières dérivées pour toutes les valeurs réelles de x. $F(x)$ est dite une fonction *spline* [4] de degré k. On voit aisément que $F(x)$ dépend de $n+k+1$ paramètres. Les points (x_i, y_i) $(i = 1, 2, \ldots, n+k+1;\ x_1 < \ldots < x_{n+k+1})$ étant donnés, quelles sont les conditions pour que la solution du problème d'interpolation

$$(3) \qquad F(x_i) = Y_i \qquad (i = 1, \ldots, n+k+1)$$

existe et soit unique? On trouve, comme application directe du Corollaire, que les inégalités

$$x_i < \xi_i < x_{i+k+1} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

sont nécessaires et suffisantes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Systèmes de polynomes biorthogonaux qui généralisent les polynomes ultrasphériques.* Note de M. **Félix Pollaczek**, présentée par M. Joseph Pérès.

M. G. Szegö, tout en simplifiant la démonstration de l'orthogonalité des polynomes de Legendre généralisés $P_n(z; a, b)$ que nous avons construits récemment [1], a généralisé de la même manière les polynomes ultrasphériques; dans ce qui suit, nous généralisons les systèmes de polynomes biorthogonaux que nous avons établis précédemment [2], en y ajoutant un paramètre λ, tout comme M. Szegö l'a fait pour les $P_n(z; a, b)$.

Le résultat principal des recherches de M. Szegö à ce sujet qui seront publiées prochainement, peut être résumé comme suit : les polynomes $P_n(z; \lambda, a, b)$ définis par la formule de récurrence

$$(1) \qquad nP_n(z) = [2n - 2 + (2\lambda + a)z + b]P_{n-1}(z) - (n - 2 + 2\lambda)P_{n-2}(z)$$
$$[n = 1, 2, \ldots;\ P_0 = 1;\ P_{-1} = 0;\ R(\lambda) > 0;\ a \geq |b|]$$

---

(3) *Voir* S. Mandelbrojt, *Dirichlet Series* (*Rice Institute Pamphlets*, vol. 4, n° 4, 1944, Chap. IX), où la positivité de ces déterminants intervient effectivement.

(4) Aux U. S. A. on appelle *spline* une règle souple utilisée pour le tracé des courbes lisses. (*Voir* I. J. Schoenberg, *Quarterly of Applied Mathematics*, 4, 1946, p. 67.)

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1363-1365.

(2) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1553-1556. Les équations de ces Notes seront citées comme (1^1), ...; (1^2), ...

sont orthogonaux, de poids

$$(2)\qquad \rho_S(z) = \frac{2^{2\lambda-2}}{\pi} e^{(2t-\pi)\tau}\Gamma(\lambda+i\tau)\Gamma(\lambda-i\tau)(1-z^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}$$

$$\left[z=\cos t,\ \tau=\frac{a\cos t+b}{2\sin t};\ 0\leq t\leq\pi\right]$$

dans l'intervalle $-1\leq z\leq 1$; leurs normes sont égales à

$$(3)\qquad \int_{-1}^{1} P_n^2(z)\rho_S(z)\,dz = \frac{\Gamma(n+2\lambda)}{n!}\,\frac{1}{2n+2\lambda+a}.$$

En particulier, les $P_n(z;1/2,a,b)$ se confondent avec nos $P_n(z;a,b)$

Pour déduire d'abord ce résultat avec les moyens utilisés dans ([1]), écrivons, dans (2^1) et (5^1), $2\lambda(x-z)-az-b$ au lieu de $x-(a+1)z-b$, si bien que les coefficients de $g(x,z)=\sum_{n=0}^{\infty}x^n P_n(z;\lambda,a,b)$ satisferont à (1), et remplaçons partout $1/(1-xy)$ et $1/(1-\xi y)$ par $1/(1-xy)^{2\lambda}$ et $1/(1-\xi y)^{2\lambda}$. On obtient alors pour le résidu $u_0(x)$ l'équation

$$2x\frac{du_0}{dx}+(2\lambda+a)u_0=\frac{1}{(1-xy)^{2\lambda}}$$

dont la solution, holomorphe à l'origine, est

$$(4)\qquad u_0(x)=\frac{1}{\Gamma(2\lambda)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+2\lambda)}{n!}\,\frac{(xy)^n}{2n+2\lambda+a}.$$

Utilisant ensuite, au lieu de (13^1), la formule

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned}&\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}(\alpha_1-\xi)^{A_1-1}(\alpha_2-\xi)^{A_2-1}\frac{d\xi}{(1-\xi y)^{2\lambda}}\\ &\qquad=\frac{i\,e^{-\pi\tau}}{\Gamma(2\lambda)}\Gamma(\lambda+i\tau)\Gamma(\lambda-i\tau)[i(\alpha_1-\alpha_2)]^{\lambda-\frac{1}{2}}g(y,z),\\ &(\alpha_{1(2)}=e^{\pm it},\ A_{1(2)}=\lambda\mp i\tau,\ R(\lambda)>0,\ g(y,z)=(1-\alpha_2 y)^{-A_1}(1-\alpha_1 y)^{-A_2}),\end{aligned}\right.$$

qui se déduit de la généralisation suivante de l'intégrale d'Euler de première espèce

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned}&\int_0^1\zeta^{A_1-1}(1-\zeta)^{A_2-1}[1-a_1\zeta-a_2(1-\zeta)]^{-A_1-A_2}d\zeta=(1-a_1)^{-A_1}(1-a_2)^{-A_2}B(A_1,A_2)\\ &\qquad[R(A_{1(2)})>0,\ |a_{1(2)}|<1].\end{aligned}\right.$$

(11^1) se transforme en l'équation

$$(7)\qquad u_0(x)=\frac{1}{\Gamma(2\lambda)}\int_{-1}^{1}g(x,z)\,g(y,z)\,\rho_S(z)\,dz,$$

qui, associée à (4), démontre (2) et (3) ainsi que l'orthogonalité des $P_n(z;\lambda,a,b)$.

Passant aux systèmes de polynomes biorthogonaux traités dans (²), écrivons, dans (9²) et (14²), $2\lambda(x - a(z))$ au lieu de $x - a(z)$, et remplaçons la deuxième équation (7²) par $2\lambda a(z) + b(z) f(z) = \sum_{0}^{N} \varepsilon_\nu z^\nu$, et le deuxième membre de (14²) par

$$(8) \qquad -\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-k-1} \left(\frac{4\lambda x y_k^2}{(1 - xy_k)^{2\lambda+1}} e_{i+k+1} + \frac{y_k}{(1 - xy_k)^{2\lambda}} \varepsilon_{i+k+1} \right);$$

alors, les N premiers coefficients de $u(x, z) = \sum_{0}^{\infty} u_\nu(x) z^{-\nu-1}$ deviennent

$$u_j(x) = \frac{y_j}{(1 - xy_j)^{2\lambda}} \qquad (j = 0, \ldots, N-1).$$

Procédant ensuite de la manière indiquée à la fin de (²), on obtient à nouveau, grâce à (7), l'équation (16²), où λ sera remplacé par j (et dont le deuxième membre doit être complété par le facteur z^j), $\rho(z)$ étant défini par

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho(z) = \dfrac{(-1)^\nu}{\pi} 2^{2\lambda-2} \exp\left[(2t - (2\nu+1)\pi)\tau\right] \Gamma(\lambda + i\tau) \Gamma(\lambda - i\tau) \left| b(z) \sqrt{d(z)} \right|^{2\lambda-1}, \\ \qquad \left(t = \dfrac{1}{i} \log\left(a(z) - b(z)\sqrt{d(z)}\right), \; \tau = \dfrac{f(z)}{2i\sqrt{d(z)}}, \right. \\ \qquad \left. \mathrm{R}(\lambda) > 0;\; \nu\pi < t < (\nu+1)\pi;\; \nu = 0, \ldots, N-1 \right). \end{array} \right.$$

Par conséquent, les relations de biorthogonalité (13²) restent valables avec les nouvelles définitions de ε_ν et $\rho(z)$ et des $P_{\nu N}$, définis ici comme les coefficients de la série

$$(10) \quad g_N(x, z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} x^\nu P_{\nu,N}(z; \lambda, a(z), b(z), d(z), f(z)) = (1 - x e^{it})^{-\lambda+i\tau} (1 - x e^{-it})^{-\lambda-i\tau}.$$

A l'aide des variables ξ, η, x, y, ce résultat peut être résumé par la formule

$$(11) \quad \begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} \int_{c_{2j-1}}^{c_{2j}} \frac{(\xi z)^N - 1}{\xi z - 1} g_N(x, z) \\ &\quad \times \left[2y \frac{dg_N(y, z)}{dy} (a(z) - a(\eta)) + g_N(y, z) \right. \\ &\qquad \left. \times \left(2\lambda a(z) + b(z) f(z) - 2\lambda a(\eta) - b(\eta) f(\eta)\right) \right] \frac{\rho(z)\, dz}{z - \eta} \\ &= \frac{(\xi\eta)^N - 1}{\xi\eta - 1} \frac{1}{(1 - xy)^{2\lambda}} \qquad [|x|, |y| < 1]. \end{aligned}$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *La théorie du potentiel sur une surface de Riemann.* Note de M. **Roger Bader**, présentée par M. Paul Montel.

1. Suivant la définition proposée par M. R. Nevanlinna, la frontière idéale d'une surface de Riemann ouverte, S, définie de la façon la plus générale par un ensemble convenable de cercles paramètres K_ν, $|w_\nu| \leq 1$ (1), est de mesure nulle ou non nulle par rapport à une certaine classe de fonctions définies sur S, non constantes, si cette classe est vide ou non. Dans ce qui suit, nous parlerons simplement de mesure nulle ou non nulle de la frontière S, étant bien entendu qu'il s'agira toujours de la classe des fonctions harmoniques sur S à l'extérieur d'un cercle γ, situé dans un cercle paramètre, et constantes sur la circonférence de γ.

2. En vue d'appliquer les méthodes de la théorie du potentiel, on peut construire sur S une fonction $\chi(w, a, b)$, définie à une constante près, analogue à $\log 1/|z|$ dans le plan complexe z : harmonique en tout point de S, sauf en un point a où son comportement est analogue à celui de $\log 1/|w-a|$ et en un point b, distinct de a, où son comportement est analogue à celui de $\log|w-b|$.

Cette construction est immédiate si la frontière est de mesure non nulle : il existe alors sur S les fonctions de Green de $g(w, a)$, $g(w, b)$ harmoniques sur S sauf en a et en b où elles ont un pôle logarithmique et l'on a

$$\chi(w, a, b) = g(w, a) - g(w, b) + \text{const.}$$

Dans le cas où la mesure de la frontière est nulle, on part de l'existence des fonctions de Green du domaine extérieur à un petit cercle γ, de pôles a et b, extérieurs à γ, $g_\gamma(w, a)$, $g_\gamma(w, b)$ et l'on montre que la suite des fonctions $G_\gamma = g_\gamma(w, a) - g_\gamma(w, b)$ converge uniformément quand le rayon du cercle γ tend vers zéro. La démonstration se fait en suivant la méthode du Mémoire de S. Johansson : *Herstellung automorpher Potentiale bei beliebigen Hauptkreisgruppen* (2).

3. Si l'on choisit la constante qui figure dans la définition de $\chi(w, a, b)$ de façon que

$$\lim_{w \to b}\left[\chi(w, a, b) + \log\frac{1}{|w-b|}\right] = 0,$$

il est facile de montrer que la fonction $\chi(w, a, b)$ jouit de la propriété de symétrie

$$\chi(w, a, b) = \chi(a, w, b).$$

On applique en effet la formule de Green dans le domaine limité par γ et une

(1) Pour la définition complète : R. Nevanlinna, *Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ*, 1941, *Math. Phys.*, 1.

(2) *Acta Soc. Sci. Fenn.*, 41, n° 2, 1912.

courbe Γ_ρ qui tend vers la frontière idéale Γ_1 quand $\rho \to 1$, diminué des trois cercles de centres w, a et b, aux fonctions approchantes $\chi_{\gamma\rho}(z, a, b)$ et $\chi^*_{\gamma\rho}(z, w, b)$ de $\chi(z, a, b)$ et $\chi^*(z, w, b)$; on fait tendre les rayons de ces trois cercles vers zéro, ce qui donne $\chi^*_{\gamma\rho}(a, w, b) = \chi_{\gamma\rho}(w, a, b)$ et l'on obtient la relation écrite, par passage à la limite.

4. En définissant alors le potentiel dû à une répartition superficielle, linéaire ou ponctuelle d'une masse μ sur un domaine, une courbe ou un ensemble de points isolés, A, par l'intégrale de Stieltjes

$$U(w) = \int_A \chi(w, a, b)\, d\mu(a),$$

on peut définir le balayage des masses situées dans un domaine et généraliser sans difficulté les résultats de M. de la Vallée Poussin [3]. En effet, le balayage de la masse unité située en un point a, intérieur à un petit cercle C de rayon r et de centre w_0, ne contenant pas b, est basé sur la formule de Poisson (d'après la propriété de symétrie, χ est harmonique en a)

$$\chi(w, a, b) = \int_C \chi(w, w_1, b) \frac{r^2 - |a - w_0|^2}{2\pi r\, |w_1 - a|^2}\, ds,$$

w_1 étant le point courant du cercle C, et sur la relation

$$1 = \int_C \frac{r^2 - |a - w_0|^2}{2\pi r\, |w_1 - a|^2}\, ds.$$

On passe au cas général en suivant pas à pas la méthode du Mémoire cité.

5. Par des balayages successifs, on peut alors répartir une masse m, uniformément répartie sur un petit cercle de centre b, sur une courbe Γ_ρ qui tend vers la frontière idéale, quand ρ tend vers 1 (limitant des domaines emboîtant qui contiennent b). Le potentiel dû à cette répartition limite est constant sur Γ_μ; il est égal au potentiel dû à la répartition initiale sur C, plus une constante, positive si m est positif. Si m_ρ est la masse ainsi définie qui engendre un potentiel égal à 1, on dira que m_ρ est la capacité de Γ_ρ. Il est facile de voir que m_ρ est décroissant quand ρ tend vers 1. La limite m_1 sera par définition la capacité de la frontière idéale. On démontre que m_1 est nulle ou non, suivant que la mesure de la frontière idéale est nulle ou non.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'existence de certaines classes de différentielles analytiques.* Note de M. **Rolf Nevanlinna**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

1. Pour étudier les propriétés conformes invariantes d'une surface de Riemann, il est utile d'introduire certaines classes E de différentielles analy-

(3) *Ann. de l'Inst. H. Poincaré*, Vol. II, 1932.

tiques $\varphi(z)\,dz$ ($z = x + iy$ désigne un paramètre local), caractérisées par certaines propriétés, invariantes par rapport à une représentation conforme et biunivoque de la surface F. Supposons que E soit une variété linéaire. Nous disons que la frontière idéale Γ de la surface F est de mesure nulle par rapport à la classe E, or $\operatorname{mes}\Gamma = o(E)$, si E ne contient que l'élément $\varphi = 0$.

2. Je considère les classes particulières E_1, E_2, E_3 et E_4. Chacune contient les différentielles $\varphi\,dz$ analytiques et uniformes sur F, satisfaisant aux conditions supplémentaires suivantes respectivement :

E_1. L'intégrale $D(\varphi) = \iint_F |\varphi|^2\,dx\,dy$ est finie et la partie réelle de l'intégrale $\Phi = \int \varphi\,dz$ est uniforme.

E_2. $D(\varphi) < \infty$ et Φ est uniforme.

E_3. La partie réelle de Φ est uniforme et bornée.

E_4. Φ est uniforme et bornée.

Il est évident que $E_1 \supset E_2$ et $E_3 \supset E_4$.

Ces définitions posées, désignons par C_ν ($\nu = 1, \ldots, 4$) la classe des surfaces F pour lesquelles $\operatorname{mes}\Gamma = o(E_\nu)$. On a donc $C_1 \subset C_2$ et $C_3 \subset C_4$. On sait que la classe C_2 est effectivement plus large que C_1 et C_4 plus large que C_3.

3. Soit P l'ensemble des surfaces F dont les frontières sont de mesure harmonique (capacité logarithmique) nulle (surfaces paraboliques). On sait qu'une telle surface appartient aux classes C_1 et C_3, donc aussi à la classe $C_1\,C_2\,C_3\,C_4$. En particulier, si l'on se borne aux surfaces de genre p fini, on a $P = C_1 = C_3$; je ne sais pas si ceci reste vrai pour $p = \infty$.

4. Soit maintenant F une surface de type hyperbolique H, $\operatorname{mes\,harm}\Gamma > 0$. Dans ce cas, F admet une fonction de Green $g(z, z_0)$, z_0 désignant le pôle. Les lignes $\Gamma_\rho : g = \rho\,(> 0)$ se composent d'un nombre fini de courbes fermées Γ_ρ^i, $\Gamma_\rho = \Sigma\Gamma_\rho^i$. Soit $h^i(\rho)$ la mesure harmonique de Γ_ρ^i en $z = z_0$, par rapport au domaine $g \geqq \rho$; on a $\Sigma h^i = 1$. Désignons par $h(\rho)$ le maximum de ces valeurs $h^i(\rho)$, $0 < h(\rho) \leqq 1$.

En posant

$$(1) \qquad \alpha(\rho) = \int_\rho \frac{dt}{h(t)},$$

on peut affirmer que *la surface* $F \subset C_4$ *si l'intégrale*

$$(2) \qquad \int_0 e^{4\alpha(\rho)}\,d\rho$$

diverge.

La divergence de (2) entraîne évidemment celle de (1) pour $\rho \to 0$. Or, il résulte d'un théorème général de M. Sario [1] que $F \subset C_2$ si (1) diverge. Donc si, pour une surface F de type hyperbolique, l'intégrale (2) est divergente, on

(1) *Annal. Acad. Sc. Fenn.*, Séries A. I., n : 0 50, 1948.

a nécessairement $F \subset C_2 C_4$. Comme on sait, il y a des surfaces hyperboliques, même de genre nul, qui sont de la classe C_2, sans appartenir à C_4 [Ahlfors (²) et Sario, *loc. cit.*]. Donc, pour une telle surface l'intégrale (2) converge, même si $\alpha(0) = \infty$. Il reste à décider si la relation $C_2 \supset C_4$ est valide ou non.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Exemples de processus pseudo-markoviens.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

L'objet de la présente Note est d'attirer l'attention sur le fait suivant : *il existe des processus*, que nous proposons d'appeler *pseudo-markoviens, qui vérifient l'équation de Chapman-Kolmogoroff sans être de Markoff.*

Soit $X(t)$ une fonction aléatoire. Supposant $t_0 < t_1 < \ldots < t_h < t$, désignons par $F(t_0, t_1, \ldots, t_h, t; x_0, x_1, \ldots, x_h, x)$ la probabilité de $X(t) < x$ sous les conditions $X(t_i) = x_i (i = 0, 1, \ldots, h)$, et par $G(t_0, \ldots, x)$ la probabilité analogue relative au cas où l'on suppose de plus $X(\tau)$ connu dans tout l'intervalle $(-\infty, t_0)$. On a en tout cas

$$F(t_0, t; x_0, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t_0, t_1, t; x_0, \xi, x)\, d_\xi F(t_0, t_1; x_0, \xi). \tag{1}$$

Pour un processus de Markoff, par définition, on a

$$G(t_0, t; x_0, x) = F(t_0, t; x_0, x). \tag{2}$$

On en déduit que

$$F(t_0, t_1, t; x_0, x_1, x) = F(t_1, t; x_1, x), \tag{3}$$

et que l'équation (1) prend la forme de Chapman-Kolmogoroff

$$F(t_0, t; x_0, x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t_1, t; \xi, x)\, d_\xi F(t_0, t_1; x_0, \xi). \tag{4}$$

Mais *la réciproque n'est pas vraie :* (4) n'entraîne ni (2), ni même (3). Cela est à peu près évident, car la fonction $F(t_0, t; x_0, x)$ ne suffit pas à définir un processus, si l'on ne suppose pas qu'il soit de Markoff. Un exemple précis peut tout de même être utile.

Considérons d'abord une suite de variables aléatoires X_n, comprises entre 0 et 2π, constituant une chaîne stationnaire et double, et prenons pour la loi à trois variables $X_{n-1} = x$, $X_n = y$, $X_{n+1} = z$ la loi absolument continue, définie par la densité de probabilité

$$\frac{1}{8\pi^3}[1 - \cos(2z - x - y)]. \tag{5}$$

On en déduit les densités de probabilité suivantes :

(²) *Duke Journ.*, 14, 1947.

pour $X_0 X_1 X_2 X_3$

$$\frac{1}{16\pi^4}[1-\cos(2x_2-x_0-x_1)]\,[1-\cos(2x_3-x_1-x_2)];$$

pour $X_0 X_2 X_3$

$$\frac{1}{8\pi^3}\left[1+\frac{1}{2}\cos(2x_3+x_0-3x_2)\right];$$

pour $X_0 X_2 X_3 X_4$

$$\frac{1}{16\pi^4}\left[1+\frac{1}{2}\cos(2x_3+x_0-3x_2)\right][1-\cos(2x_4-x_2-x_3)];$$

pour $X_0 X_3 X_4$

$$\frac{1}{8\pi^3}.$$

Donc, si $p>4$, X_p, qui ne peut dépendre de X_0 que par l'intermédiaire de $X_3 X_4$, n'en dépend pas; il en est de même de X_1, X_2, X_3, X_4. Donc, pour tout $p>0$, la loi à deux variables X_0 et X_p, qui est aussi la loi à deux variables X_n et X_{n+p}, est la même que pour la chaîne de Markoff obtenue en supposant tous les X_n uniformément répartis et indépendants les uns des autres. La probabilité de passage est donc aussi la même et vérifie l'équation (4), bien que la chaîne étudiée ne soit pas markovienne ([1]).

Considérons maintenant une fonction aléatoire $X(t)$ de la variable continue t, dont les valeurs successives sont les X_n que nous venons de définir, les instants des sauts étant définis comme pour le processus lié à la loi de Poisson. Cette fonction n'est évidemment pas markovienne. Or la probabilité de passage de $X(t_0)$ à $X(t)$ $(t>t_0)$ est définie comme suit : on a

$$\Pr\{X(t)=X(t_0)\}=e^{t_0-t},$$

([1]) La suite aléatoire étudiée n'est bien entendu qu'une de celles que l'on peut déduire, en se donnant pour X_0 et X_1 une loi à deux variables quelconque, de la relation de récurrence (où $0\leq z<2\pi$)

$$(6)\quad \Pr\left\{X_{n+1}<z/X_{n-1}=x,\, X_n=y\right\}=\frac{1}{4\pi}[2z-\sin(2z-x-y)-\sin(x+y)].$$

Dans le cas général, X_n et X_{n+1} ne sont pas indépendants. Pour $n>3$, on a pour ces deux variables une loi absolument continue, de densité de probabilité

$$\frac{1}{4\pi^2}\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\mathrm{E}\left\{\cos(x_n+2x_{n+1}-X_0-2X_1)\right\}\right].$$

Malgré cette différence, il y a répartition uniforme de la probabilité de X_n (pour $n>2$), et indépendance de X_n et X_{n+2} pour $n>0$). La relation de Chapman subsiste entre X_h, X_k et X_l $(0<h<k<l)$. On peut donc dire que : *la relation* (6) *définit un processus pseudo-markovien, dont on peut déduire une infinité de fonctions aléatoires de l'entier* $n\geq 0$, *qui sont toutes pseudo-markoviennes à partir de* $n=1$.

le reste de la probabilité étant uniformément réparti dans $(0, 2\pi)$. La probabilité de passage est donc la même que pour le processus de Markoff obtenu en supposant tous les X_n indépendants et vérifie l'équation (4) [2].

ÉLASTICITÉ. — *Choc longitudinal d'une barre prismatique.*
Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

Soit une barre (ou un ressort) homogène, de densité cubique ρ, de section A, de module d'élasticité E, dont une extrémité, $x=0$, reste fixe. A l'instant initial, une masse m, animée de la vitesse algébrique V vient s'incruster à l'autre extrémité, $x=1$. Le mouvement ultérieur a été étudié par Navier, Saint-Venant, Boussinesq [1]. Nous nous proposons de donner ici la solution rigoureuse au moyen de la somme d'une série.

Soient $u(x,t)$ le déplacement de la tranche d'abscisse x à l'intant t, et $S(x,t)$ la tension. Le problème consiste à trouver la solution de l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad a^2 = \frac{E}{\rho},$$

satisfaisant aux conditions initiales et aux conditions aux limites

$$u(x, 0) = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq x < 1 \quad \text{et V pour } x = 1;$$

$$u(0, t) = 0, \qquad -S(1, t) = m \frac{\partial^2 u(1, t)}{\partial t^2}.$$

La méthode classique consiste à chercher des solutions particulières qui soient chacune le produit d'une fonction de x par une fonction de t, sans tenir compte des conditions initiales, mais en satisfaisant rigoureusement aux conditions aux extrémités. On obtient ainsi une solution de la forme

$$u(x, t) = \sum_{n=+1}^{+\infty} (A_n \cos \alpha_n at + B_n \sin \alpha_n at) \sin \alpha_n x :$$

A_n et B_n sont des constantes à déterminer par les conditions initiales, et α_n est

---

[2] Je profite de la présente Note pour signaler deux erreurs dans mon récent livre (*Processus stochastiques et mouvement brownien*, Paris, 1948) sur lesquelles M. R. Fortet a attiré mon attention. A la page 96, la remarque des lignes 5 à 7 est inexacte, ainsi que la conséquence qui en est déduite aux lignes 14 à 17. D'autre part dans l'énoncé du théorème de A. Kolmogoroff 21.2 (p. 88), j'ai oublié de préciser que la fonction $\psi(t)$ devait être supposée non décroissante; dans le rappel de ce théorème avec d'autres notations (p. 244, fin du 2°), c'est $\Phi(t)/\sqrt{t}$, et non $\Phi(t)$, qu'il faut supposer non décroissant.

[1] *Cf.* Timoshenko, *Théorie des vibrations*, 2e édit., p. 407.

la $n^{\text{ième}}$ racine positive de l'équation

(1) $$\alpha \operatorname{tg} \alpha = k,$$

k désignant le rapport de la masse de la barre à la masse m. La condition $u(x, 0) = 0$, soit

$$\Sigma A_n \sin \alpha_n x = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq x \leq 1,$$

montre que les A_n sont tous nuls. La connaissance de la vitesse initiale fournit les deux relations

(2) $$\Sigma B_n \alpha_n \sin \alpha_n x = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq x < 1$$

et

(3) $$\Sigma B_n \alpha_n \sin \alpha_n = \frac{V}{a}.$$

Pour calculer les B_n, nous partons des relations

$$\int_0^1 \sin^2 \alpha x \, dx = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right), \qquad \int_0^1 \sin \alpha x \sin \beta x \, dx = -\frac{1}{k} \sin \alpha \sin \beta,$$

α et β désignant deux racines distinctes de l'équation (1). Si nous multiplions les deux membres de la relation (2) par $\sin \alpha_m x$, et si nous intégrons entre 0 et $1 - \varepsilon$, et faisons tendre ε vers zéro, nous obtenons

$$4 \sin \alpha_m \Sigma' B_n \alpha_n \sin \alpha_n = k B_m (2\alpha_m - \sin 2\alpha_m),$$

où la somme est étendue à toutes les valeurs de n sauf m, et peut être évaluée au moyen de la relation (3). On déduit

$$u(x, t) = \frac{4V}{ka} \sum \frac{\sin \alpha}{2\alpha + \sin 2\alpha} \sin \alpha a t \sin \alpha x,$$

où la somme est étendue à toutes les racines positives de l'équation (1).

Il est intéressant d'introduire la fonction

$$\varphi(\lambda) = \sum \frac{\sin \alpha \lambda}{2\alpha + \sin 2\alpha};$$

car on obtient ainsi

$$u(x, t) = \frac{V}{ka} [\varphi(-1 + x + at) + \varphi(1 - x + at) + \varphi(1 + x - at) - \varphi(1 + x + at)],$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = V [\varphi(-1 + x + at) - \varphi(1 - x + at) + \varphi(1 + x - at) + \varphi(1 + x + at)],$$

$$S = \frac{AEV}{a} [\varphi(-1 + x + at) + \varphi(1 - x + at) - \varphi(1 + x - at) + \varphi(1 + x + at)].$$

On peut établir que la série $\varphi(\lambda)$ converge quel que soit λ réel, en montrant que la somme $\Sigma \sin \alpha_n \lambda$ calculée de $n = 1$ à $n = N$ reste bornée quand N augmente indéfiniment. Réciproquement, Lefranc a établi à l'aide des procédés

sommatoires du calcul des résidus que l'on a

$$\sum \frac{\cos\alpha \sin\alpha x}{2\alpha + \sin 2\alpha} = 0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq x < 1, \quad \text{et} \quad \frac{1}{4} \quad \text{pour} \quad x = 1.$$

A l'extrémité $x = 1$, nous avons en particulier pour la vitesse et la tension

$$V(1, t) = V[\varphi(at+2) - \varphi(at-2)],$$

$$T = S(1, t) = \frac{AEV}{a}[\varphi(at+2) + 2\varphi(at) + \varphi(at-2)].$$

Dans le cas du choc avec rebondissement, le contact de la masse m avec la barre cesse à l'instant où T s'annule pour la première fois. Mais on peut imaginer l'introduction d'une liaison à l'instant initial, maintenant le contact un certain temps, jusqu'à une autre racine de l'équation $T(t) = 0$. La vitesse de la masse m doit se modifier en conséquence, mais la première racine ne paraît pas pouvoir être discernée facilement pour connaître la vitesse finale avec laquelle s'éloigne la masse m après le choc.

Il est possible, au moyen de la fonction $\varphi(\lambda)$, de donner la solution du problème de choc quand les conditions initiales sont quelconques.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Solution plus complète du problème de Blasius. (Écoulement laminaire le long d'un plan mince).* Note (*) de M. **Robert Legendre**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Les approximations faites par Blasius pour l'étude de l'écoulement laminaire le long d'un plan mince ramènent le problème à l'étude d'une équation différentielle et conduisent à une distribution de la composante de la vitesse parallèle au plan mince, invariable à l'échelle des ordonnées près.

Nous renoncerons ici à simplifier les équations mais en nous bornant à représenter la solution par un développement limité dont le premier terme correspond à la solution de Blasius.

2. Nous avons jugé commode de substituer aux équations de l'écoulement plan permanent des fluides visqueux l'équation unique

$$\varphi''_{z^2} - i\psi''_{z^2} - \frac{1}{2}\psi'^2_z = 0,$$

où φ et ψ sont des fonctions réelles des deux variables

$$z = x + iy, \qquad \bar{z} = x - iy;$$

x et y sont les coordonnées rectangulaires et ν la viscosité cinématique. La fonction $\nu\psi$ est la fonction de courant qui détermine la vitesse

$$u + iv = -2i\nu\psi'_{\bar{z}}.$$

(*) Séance du 13 juin 1949.

Nous dirons que $\nu^2\varphi$ est la fonction de pression totale

$$\frac{p}{\rho}+\frac{V^2}{2}=\nu^2\Delta\varphi+\text{const.}=4\nu^2\varphi''_{z\bar{z}}+\text{const.}$$

Les avantages de l'équation proposée sur celle qui est relative à la fonction de courant et qui s'en déduit par élimination de φ, sont les suivants :

a. Elle ne contient que trois termes.

b. Son ordre est de 2 au lieu de 4.

On peut encore simplifier l'écriture en posant $F=\varphi+i\psi$; on a

$$8F''_{z\bar{z}}+\left(F'_z-F'_{\bar{z}}\right)^2=0,$$

3. Dans le cas de l'écoulement permanent le long du plan mince Ox il est indiqué d'utiliser le champ des paraboles

$$z=x+iy=LR^2=L(\eta+i\xi)^2,$$

où L est une longueur arbitraire. R et $\bar{R}$ sont les variables dans

$$8\bar{R}F''_{\bar{R}^2}-8F'_{\bar{R}}+\bar{R}\left(F'_{R}-F'_{\bar{R}}\right)^2=0.$$

L'étude des symétries et de l'allure à l'infini conduit à rechercher

$$F=\sum_{p=0}^{p}\left(\frac{\eta}{i}\right)^{2-p}g_p(\xi),$$

et la substitution dans l'équation fournit la relation de récurrence

$$2[g''_p-2(2-p)g'_{p-1}+(1-p)(4-p)g_{p-2}-\xi g''_{p-1}+2(4-p)\xi g'_{p-2}-(4-p)(5-p)\xi g_{p-3}]$$
$$=\sum_{k=1}^{k=p+1}[g'_k-(3-k)g_{k-1}][g'_{2+p-k}-(1-p+k)g_{1+p-k}-\xi g'_{1+p-k}+(2-p+k)\xi g_{p-k}]$$

où les fonctions portant des indices positifs impairs sont seuls retenues au second membre.

4. Les deux premiers termes de F sont définis par

$$g'''_1+g_1g''_1=0,\qquad 4g_0=g_1^2+2g'_1.$$

La première relation est l'équation différentielle de Blasius, mais elle correspond à une variable différente et définit une solution valable même en amont du bord d'attaque, pourvu que η soit suffisamment grand, et qui ne devient équivalente à la solution de Blasius que si ξ est négligeable auprès de η car ξ est alors équivalent à la variable de Blasius.

La fonction g_0 conduit à une variation de pression dans la couche limite du second ordre et qui ne peut pas être retenue pour les approximations faites.

5. Les deux termes suivants de F sont définis par

$$(g'_3+g_1g_3)''-2g''_1g_3+(g_1-\xi g'_1)^2=0,$$
$$2g'_2=-g''_3+g'_1g_3-g_1g'_3+2g_1-2\xi g'_1+\xi^2g''_1+4\xi g_0-4\xi^2g'_0+\xi^2g_1g'_1.$$

La fonction g_3 peut être calculée par

$$g_3 = e^{-f}\int e^{f}\,d\xi\int d\xi\int [2\,e^{-f}g_3-(f'-\xi f'')^2]\,d\xi,$$

où $f'=g_1$ satisfait à $f'''=e^{-f}$ pour un choix convenable de L et où des approximations successives de g_3 sont introduites au second membre.

La première approximation peut être $g_3 = -(3\,!/7\,!)\xi^7\,e^{-f/3}$.

Les quatre premiers termes de F fournissant déjà une distribution de vitesse qui ne dépend plus de ξ seulement et une variation de pression dans la couche-limite.

6. La même méthode de substitution peut être utilisée pour l'étude du voisinage du bord d'attaque

$$F=\sum_{p=0}^{p}(ir_0)^p g_p(\xi),$$

mais elle laisse g_0 et g_1 à déterminer pour que les conditions aux limites soient satisfaites.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur les dimensions des granules photosphériques au voisinage des taches solaires.* Note (*) de M. **Constantin Macris**, présentée par M. Bernard Lyot.

Dans une Note précédente [1] nous avons exposé les résultats obtenus, en étudiant un film cinématographique de M. Lyot sur les dimensions des grains photosphériques. Parmi les 325 grains mesurés, 70 se trouvaient exactement au voisinage de la pénombre d'une tache, tandis que les 255 autres étaient éloignés de toute tache.

Nous exposons ici les résultats de l'étude des différences, de diamètre moyen, entre ces deux groupes de granules.

Secchi [2] avait trouvé que les grains étaient plus grands autour des taches, alors que Chevalier [3] les trouva plus petits.

Nos mesures (tableau I) nous ont donné une valeur moyenne de 1",254 pour les grains autour des taches et 1",557 pour les autres.

Groupes.	Nombre des grains mesurés.	Diamètre moyen.	Écart quadratique moyen (σ).
I. Grains loin des taches	255	1",56	0,339
II. Grains au voisinage des taches	70	1",25	0,274

(*) Séance du 20 juin 1949.

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1792.

(2) *Le Soleil.*

(3) *Ann. Zô-Sé*, 8, 1912, p. C1.

Séparément, les courbes de fréquences des grains de deux groupes, en fonction du diamètre, coïncident exactement avec une courbe de Gauss.

La différence des diamètres moyens de deux groupes, 0″,303, est du même ordre de grandeur que l'écart quadratique moyen (0″,339 pour le premier groupe et 0″,274 pour le second). Par conséquent il est difficile de savoir si cette différence est un effet du hasard ou bien si elle est attribuable à un phénomène physique réel.

Pour nous en assurer, nous avons utilisé le *test t* (4) de *student*. Celui-ci précise si les deux séries diffèrent d'une manière significative dans leurs moyennes, ou bien si elles doivent être regardées comme appartenant à la même population (5).

Nous avons trouvé $t = 6,8606$, avec un nombre de degrés de liberté égal à 323. Donc la probabilité pour que la différence de moyen de deux groupes soit due au hasard, est inférieure de 0,01 ($P < 0,01$).

Par conséquent il est très probable que cette différence est due à une cause systématique (différence significative).

Pour rechercher la cause de cette différence, on doit tenir compte de la petite vitesse de déplacement des grains (6) et de leur relativement courte durée de vie moyenne, eu égard aux grandes distances qu'ils devraient parcourir pour que soit changée la distribution générale de leurs diamètres.

Il semble donc peu probable que cette cause s'exerce après la naissance des grains.

Nous pensons que la présence de la tache (centre d'action) agit plutôt pendant la formation même des granules photosphériques.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la représentation empirique de la fonction source de la photosphère solaire.* Note de M. **Vladimir Kourganoff**, présentée par M. André Danjon.

La théorie générale des champs de rayonnement, en astrophysique, exige, pour de nombreuses applications, la connaissance de l'expression *analytique* de la fonction source monochromatique $B_\lambda(\tau_\lambda)$. Dans le cas du Soleil, on

---

(4) R. A. Fischer, *Les méthodes statistiques* (*Presses. Univ.*, 1947, p. 113, 164).

(5)
$$t = \frac{\bar{x} - \bar{x}'}{s}\sqrt{\frac{(n_1+1)(n_2+1)}{n_1+n_2+2}}$$

où

$$s^2 = \frac{1}{n_1+n_2}\left\{ S(x-\bar{x})^2 + S(x'-\bar{x}')^2 \right\}$$

et

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1+1} S(x), \qquad \bar{x}' = \frac{1}{n_2+1} S(x').$$

(6) Note à paraître prochainement.

déduit celle-ci, depuis les travaux de Lundblad ([1]), des observations de l'intensité $I_\lambda(0, \mu)$ du rayonnement continu en différents points du disque solaire ([2]), ([3]).

En effet à toute fonction $B_\lambda(\tau_\lambda)$ correspond une *loi d'assombrissement* $I_\lambda(0, \mu)$ bien déterminée, par la formule

$$(1) \qquad I_\lambda(0, \mu) = \int_0^\infty B_\lambda(\tau_\lambda)\, e^{-\frac{\tau_\lambda}{\mu}} \frac{d\tau_\lambda}{\mu},$$

de telle sorte qu'en représentant par exemple $B_\lambda(\tau_\lambda)$ par un polynome du $n^{\text{ième}}$ degré en τ_λ, à coefficients indéterminés $A_{j\lambda}$, $I_\lambda(0, \mu)$ se présentera comme un polynome du $n^{\text{ième}}$ degré en μ, avec les mêmes coefficients $A_{j\lambda}$, qu'on pourra déterminer par la méthode des moindres carrés, en imposant aux $I_\lambda(0, \mu)$ calculés de représenter au mieux les $I_\lambda(0, \mu)$ observés ([2]).

En analysant le problème de près on constate cependant que, précisément, la *représentation* de $B_\lambda(\tau_\lambda)$ *par des polynomes*, que nous avons envisagée dans notre exemple, et qui a été utilisée dans les travaux cités plus haut, *n'est pas très satisfaisante*.

En effet, les observations de $I_\lambda(0, \mu)$ n'allant jamais jusqu'à l'extrême bord du disque (celles d'Abbot correspondent comme on le sait à $\mu \geqq 0{,}312$), on ne peut espérer en déduire $B_\lambda(\tau_\lambda)$ au voisinage immédiat de la surface, $\tau_\lambda = 0$, comme on le voit de façon particulièrement claire en utilisant les relations d'Eddington-Barbier ([4]), ([5]). Par contre, on peut s'attendre à ce que $B_\lambda(\tau_\lambda)$ soit assez bien déterminée par les observations au voisinage de $\tau_\lambda = 1$ et pour des valeurs légèrement supérieures, mais dans ce domaine les termes en τ_λ^2 et τ_λ^3, dont les coefficients sont assez mal déterminés, prennent une importance relative si grande que le résultat est malgré tout incertain. En d'autres termes la représentation par des polynomes est inadéquate juste dans le domaine le plus favorisé par les observations. De plus cette représentation se heurte à une objection d'ordre théorique assez grave : il lui correspond une représentation du flux $\mathcal{F}_\lambda(\tau_\lambda)$ qui s'écrit ([6]) :

$$(2) \qquad \mathcal{F}_\lambda(\tau_\lambda) = A_{0\lambda}\, 2\, K_3(\tau_\lambda) + A_{1\lambda}\left[\frac{4}{3} - 2K_4(\tau_\lambda)\right] + A_{2\lambda}\left[\frac{8}{3}\tau_\lambda + 4K_5(\tau_\lambda)\right] + A_{3\lambda}\left[\frac{24}{5} + 4\tau_\lambda^2 - 12K_6(\tau_\lambda)\right]$$

et qui, pour les grandes valeurs de τ_λ augmente indéfiniment, alors que

---

([1]) *Astrophysical Journal*, 58, 1923, p. 113.
([2]) *Annales d'Astrophysique*, 9, 1946, p. 69.
([3]) *Annales d'Astrophysique*, 9, 1946, p. 173.
([4]) V. Kourganoff, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 1931.
([5]) D. S. Evans, *M. N.*, 107, 1947, p. 433.
([6]) V. Kourganoff, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 491, formule (3).

l'hypothèse de l'équilibre radiatif exige que $\int \mathcal{F}_\lambda\, d\lambda = F$ soit constante et par suite $\mathcal{F}_\lambda$ bornée.

C'est pourquoi nous avons recherché et trouvé une autre représentation empirique de $B_\lambda(\tau_\lambda)$, qui non seulement échappe aux objections ci-dessus, mais possède en outre l'avantage de représenter les observations actuelles avec des résidus généralement légèrement inférieurs à ceux donnés par les polynomes, à nombre égal de constantes arbitraires.

Nous posons

$$(3)\qquad B_\lambda(\tau_\lambda) = A_{0\lambda} + A_{1\lambda}\tau_\lambda + A_{2\lambda}K_2(\tau_\lambda) + A_{3\lambda}K_3(\tau_\lambda).$$

A cette représentation correspond

$$(4)\quad I_\lambda(0;\mu) = A_{0\lambda} + A_{1\lambda}\mu + A_{2\lambda}\left[1 - \mu\log_e\left(1+\frac{1}{\mu}\right)\right] + A_{3\lambda}\left[\frac{1}{2} - \mu + \mu^2\log_e\left(1+\frac{1}{\mu}\right)\right],$$

et un flux facile à calculer [7], qui, pour les grands τ_λ, tend vers $(4/3)A_{1\lambda}$.

Le tableau ci-dessous donne les résultats numériques pour les observations d'Abbot. La température superficielle T_0 ne pouvant être déterminée par les observations avec assez de précision, nous avons choisi celle de 4900°, qui correspond à la moyenne des valeurs trouvées pour les différents λ au moyen de (3) et qui concorde avec celle trouvée par Barbier [3] au moyen de polynomes. D'ailleurs nous avons vérifié, en faisant varier T_0 de 4500 à 5700°, que le choix de T_0 n'a d'influence que pour $\tau_\lambda \leq 0{,}1$, et que les fonctions $B_\lambda(\tau_\lambda)$ correspondant aux différents T_0 cités coïncident pratiquement pour $\tau_\lambda > 0{,}1$. Les deux dernières colonnes représentent les résidus moyens ρ laissés par les polynomes à quatre constantes [3] et ceux ρ' laissés par la formule (3).

λ Å.	$A'_{0\lambda}$.	$A'_{1\lambda}$.	$A'_{2\lambda}$.	$-A'_{3\lambda}$.	$10^4\rho$.	$10^4\rho'$.
4560	7231	5425	8800	27729	25	28
4810	7447	5062	7187	24422	31	20
5010	7196	5009	5728	20576	32	28
5062	7886	4627	6216	22827	13	23
5340	7339	4716	4613	17977	29	28
5955	9299	3420	5963	23534	11	8
6040	8401	3844	4757	19193	22	16
6700	9975	2836	6644	25136	32	26
6990	10322	2609	7550	27220	20	27
8580	10927	1785	6865	24938	6	10
10080	11303	1436	7320	25814	9	9
12250	11039	1295	2553	16137	31	18
16550	9963	1150	−8794	−8192	43	21
20970	10312	867	−6447	−4128	28	15

(7) V. KOURGANOFF, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 958.

Dans ce tableau nous avons posé, pour abréger l'écriture : $A'_{j\lambda} = 10^4 A_{j\lambda} I_\lambda(0,1)$, où $I_\lambda(0,1)$ est emprunté à Mulders [2].

La valeur moyenne de ρ est de 0,0024, celle de ρ' est de 0,0020.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Concept interférentiel des images optiques mobiles dans la théorie de la relativité.* Note (*) de M. **Emmanuel Risco**, présentée par M. Louis de Broglie.

I. Considérons une source monochromatique ponctuelle qui soit placée devant un système optique et en un point P pour lequel le système est rigoureusement stigmatique. Au point conjugué P· existera donc une image de nature interférentielle.

Si la source, au lieu d'être fixe, se meut en ligne droite à une vitesse constante, elle émettra, et en particulier à son passage par P, un faisceau de rayons caractérisé, selon l'effet Doppler, par une distribution déterminée de longueurs d'onde. En supposant réalisé l'achromatisme adéquat du système, tous les rayons qui partent de P continueront à se réunir au point P·, mais la multiplicité de leurs longueurs d'onde y empêche la formation d'une image interférentielle en repos. Cependant, si certaines conditions optiques sont remplies, tous les rayons du faisceau émergent récupèrent une longueur d'onde commune pour un observateur relativiste qui se déplace avec une vitesse de direction et de grandeur convenablement choisies. Pour cet observateur le phénomène d'interférences réapparaît et l'image se présente au repos dans le référentiel qu'il utilise. L'étude des images mobiles consistera donc dans l'application d'une transformation de Lorentz à la recherche des conditions optiques et d'observation qui soient indispensables pour que tous les rayons qui parviennent au point-image lui communiquent une même fréquence (fréquence propre). D'après ce procédé nous arrivons, pour les systèmes centrés, aux résultats suivants :

II. Dans le cas où la source ponctuelle se déplace avec une vitesse constante v_a, que nous prendrons ici comme positive, sur un élément axial qui contienne un point stigmatique, la condition nécessaire pour l'obtention d'une image correcte, en employant un faisceau de grande ouverture, est

$$(1)\qquad \frac{\sin\frac{u^\cdot}{2}}{\sin\frac{u}{2}} = \sqrt{\frac{v_a(c - v^\cdot_a)}{v^\cdot_a(c - v_a)}} = \text{const.},$$

où $v^\cdot_a$ désigne la vitesse de l'image (vitesse aussi positive) et u, $u^\cdot$ les angles d'inclinaison d'un rayon incident et de son conjugué. On trouve donc, quoique

(*) Séance du 20 juin 1949.

sous un aspect cinématique, la même relation de Herschell. La fréquence propre du point-image est

$$\nu' = \nu_0 \sqrt{\frac{(c + v_a)(c - v'_a)}{(c - v_a)(c + v'_a)}}, \tag{2}$$

en appelant ν_0 la fréquence de la source.

III. Si nous nous tenons à la première approximation de Gauss pour lever la restriction que nous nous étions imposée de n'employer que des points axiaux rigoureusement stigmatiques, les formules précédentes conduisent à maints résultats qui peuvent servir d'appui à la méthode proposée pour l'étude relativiste et interférentielle de la formation des images mobiles.

Faisons parcourir l'axe du système à une source monochromatique ponctuelle venant de l'infini, et analysons les changements de vitesse et de fréquence de l'image correspondante.

L'équation (1) s'écrit maintenant

$$\frac{1}{v'_a} = \frac{1}{c} + \frac{1}{G^2}\left(\frac{1}{v_a} - \frac{1}{c}\right), \tag{3}$$

où G représente le grossissement latéral correspondant à la position momentanée que l'on attribue à la source.

Soulignons que la vitesse v_a de la source étant forcément inférieure à c, l'équation (3) impose à l'image la même limitation relativiste $v'_a < c$, quel que soit le grossissement G; c'est-à-dire indépendamment de la position instantanée de la source. En conséquence, l'expression (2) qui donne la fréquence propre du point-image maintient toujours une valeur réelle.

De la discussion des formules (2) et (3) il résulte :

a. Quand la source mobile est à l'infini, $G = 0$, d'où $v'_a = 0$. L'image (au foyer principal) est au repos et sa fréquence, qui vaut selon (2)

$$\nu_0 \sqrt{\frac{c + v_a}{c - v_a}},$$

n'est autre que celle correspondant à une observation ordinaire de l'effet Doppler lorsqu'on emploie une vitesse radiale.

b. Quand la source traverse un plan principal ($G = \pm 1$), l'image produite a la même vitesse et la même fréquence que le point-source :

$$v'_a = v_a, \qquad \nu' = \nu_0.$$

c. Quand la source s'approche du foyer-principal-objet, son image, s'éloignant à l'infini, tend à acquérir précisément la vitesse c et une fréquence propre égale à zéro. Les équations (3) et (2) donnent en effet pour $G = \infty$, $v'_a = c$, $\nu' = 0$.

Ces valeurs sont en bon accord avec la conception du photon comme corpuscule qui aurait une masse nulle au repos. Aucune difficulté ne se présente

évidemment pour appliquer cette idée aux rayons qui sortant de l'appareil parallèlement à l'axe, intègrent un faisceau dans lequel la longueur d'onde, loin d'être constante, varie avec la distance du rayon lumineux à l'axe.

IV. Revenant à l'emploi de faisceaux très ouverts, et pour une source (vitesse v_n) qui traverse perpendiculairement l'axe, le coupant en un point pour lequel le système est stigmatique, on trouve comme expressions de la condition d'Abbe et de la fréquence propre du point-image

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{v_n}{v'_n} = \text{const.}, \qquad \nu' = \nu_0 \sqrt{\frac{c^2 - v_n^2}{c^2 - v'^2_n}}.$$

L'image ne peut donc avoir une existence réelle que si sa vitesse et la vitesse de la source sont, toutes les deux, inférieures à c.

SPECTROSCOPIE. — *Influence de la pression sur la composition du spectre de phosphorescence de la molécule d'hélium.* Note (*) de M. **Louis Herman**, présentée par M. Jean Cabannes.

On sait que les gaz rares, préalablement excités par une décharge électrique, émettent des raies d'arc intenses, après la rupture du courant. Cette émission résulte de la recombinaison radiative des ions atomiques et des électrons. Dans le cas du krypton et du xénon, outre ce spectre de raies, on observe, pendant la décharge, une émission continue intense qui disparaît immédiatement après la rupture pour les pressions de l'ordre de quelques millimètres de mercure ([1]). Sous pression suffisamment faible, on constate, en phosphorescence, une augmentation de l'intensité relative des raies à niveaux élevés, conformément à la théorie. Lorsque la pression augmente, on trouve de nouvelles modifications qui ont été attribuées, pour le Ne, Kr et Xe à la formation d'ions complexes ([2]). Toutefois, pour ces gaz, on n'a pas observé jusqu'ici de spectres moléculaires discrets. A cet égard, l'hélium constitue une exception; on connaît, en effet, un spectre moléculaire bien développé composé de nombreuses transitions électroniques.

La phosphorescence de l'hélium est intense seulement lorsque ce gaz est suffisamment pur. Pour des pressions de l'ordre de quelques centièmes à

(*) Séance du 8 juin 1949.

([1]) Lorsque la pression augmente jusqu'à 10 ou 15 kg/cm², la durée de la phosphorescence devient extrêmement courte, inférieure à 10^{-5} seconde, et il n'est plus possible de la photographier avec le phosphoroscope de P. Lejay (*Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 69). En même temps, l'intensité relative du spectre continu, émis pendant la décharge, augmente considérablement. Ces propriétés sont particulièrement favorables pour la production d'éclairs lumineux de durée inférieure à 10^{-6} seconde.

([2]) L. et R. Herman, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 654; L. Herman, *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 622; **225**, 1947, p. 112.

quelques dizièmes de millimètre de mercure, on observe, après la rupture des oscillations électriques, dans le spectre d'arc, des modifications déjà connues. Dans chaque série spectrale, l'intensité relative des raies à termes élevés augmente. Ces modifications ont lieu aussi bien dans le spectre de l'orthohélium que dans celui du parhélium, et il en résulte de notables changements du rapport des intensités de certaines raies de multiplicités différentes.

Lorsque la pression croît et atteint le millimètre de mercure, on voit apparaître le spectre bien connu de He_2 en décharge et en phosphorescence. Ce spectre est remarquable par son comportement différent de celui de He I. Ce dernier est fortement excité pendant la décharge de haute fréquence employée et, au moment de l'arrêt de l'excitation, l'intensité de nombreuses raies atomiques diminue notablement. Par contre, le spectre moléculaire ne subit souvent pas de modification d'intensité après l'arrêt de la décharge. Ceci est une preuve expérimentale que l'émission de He_2 ne s'effectue pas par excitation électronique de la molécule au niveau fondamental, mais par un processus indirect. Très probablement, un ion He_2 résulte de la rencontre d'un atome $He(1s^2\,1S_0)$ au niveau fondamental et d'un ion $He^+(1s^2\,S_{1/2})$ non excité. L'ion moléculaire $He_2^+(^2\Sigma_u^+)$ ainsi formé se recombine avec un électron. Cette recombinaison est accompagnée de l'émission de l'ensemble du spectre de la molécule neutre.

Ce schéma simple ne suffit pas à expliquer toutes les observations. Lorsque l'on augmente à nouveau la pression du gaz, la distribution d'intensité des diverses transitions électroniques et de vibration de la molécule se modifie. La faible dispersion utilisée, jointe à la complexité de ce spectre, rendent incertaines les identifications des bandes individuelles. Il semble, toutefois, que l'intensité des bandes de l'orthohélium ayant une configuration $1s\sigma^2\,2p\sigma ms$ (ou md ou mp) au niveau supérieur augmente avec la pression lorsque m croît. Cette évolution ressemble à celle observée dans le spectre d'arc lorsque la vitesse des électrons diminue après la rupture de la décharge. Mais ces modifications ne sont pas importantes et se trouvent masquées par celles provenant de la variation de la température apparente de vibration à l'intérieur des systèmes. Cette dernière apparaît très importante lorsqu'on examine l'évolution avec le temps du spectre de phosphorescence sous pression élevée. Une comparaison a été faite, pour une pression de 10 millimètres de mercure, entre le spectre de phosphorescence émis immédiatement après la rupture de la décharge et $2,5.10^{-3}$ seconde plus tard. Pendant ce temps, l'intensité a diminué dans le rouge et augmenté dans le vert et bleu. Les bandes 3926 $(2s\sigma - 4p\pi)$ (0,1); 4228 $(2p\pi - 4s\sigma)$ (1,0); 4270 $(2p\pi - 5d\delta)$ (1,0); 4360 $(2s\sigma - 4p\sigma)$ (0,0); 4772 $(2p\pi - 4d\delta)$ (1,2); se trouvent exaltées. Par contre, l'intensité des bandes 5449 $(2p\pi - 3d\sigma)$ (0,1); 5951 $(2p\pi - 3d\sigma)$ (0,0); 5730 $(2p\pi - 3d\delta)$ (0,0); 5881 $(2p\pi - 3d\pi)$ (0,0) diminue.

En dehors des modifications dans la distribution d'intensité des divers

systèmes de bandes, on assiste, pour certaines transitions électroniques, à une augmentation apparente de la température de vibration. Ceci est particulièrement marqué pour les bandes de la transition ($2p\pi$-$3d\pi$) de l'orthohélium. Au début de la phosphorescence, la bande 5881 ($2p\pi$-$3d\pi$) (0,0) est de beaucoup la plus intense. $2,5.10^{-3}$ seconde plus tard, la bande ($2p\pi$-$3d\pi$)(1,0) est devenue plus intense que 5881; la bande 4964 ($2p\pi$-$3d\pi$)(2,0) a également augmenté d'intensité. Un phénomène semblable a déjà été trouvé dans le cas des bandes du deuxième système positif de N_2 et des bandes de Swan de C_2 [3]. Il témoigne qu'une molécule peut être formée dans un état de vibration élevé par choc entre deux atomes. L'émission qui résulte du passage vers l'état électronique inférieur s'effectue avant que l'équilibre thermique soit atteint.

PHYSIQUE CORPUSCULAIRE. — *Sur les compteurs Geiger-Müller à cathode externe.* Note [*] de MM. **Daniel Blanc** et **Maurice Schérer**, présentée par M. Louis Leprince-Ringuet.

La construction du compteur Geiger-Müller, telle que Maze l'a préconisée [1], est économique et rapide : ce compteur est constitué par un cylindre de verre blanc, terminé par un queusot axial, et dont la surface externe recouverte de graphite sert de cathode. Le fil central est prolongé par un fil de nylon isolant noué sur une petite pièce de cuivre pliée en U. Cette pièce vient buter contre un épaississement du queusot, de façon à ce que le fil, qui est soudé au verre à son autre extrémité, se trouve tendu. Son rendement est excellent dans les études sur le rayonnement cosmique; cependant, dans certaines applications, sa longueur efficace nous a semblé insuffisamment définie. Pour l'une de ces applications, nous avons éprouvé la nécessité de modifier la longueur effective du compteur; au cours de cette modification, nous avons constaté que son fil isolé peut provoquer des perturbations gênantes.

Pour faire varier la longueur du compteur, nous avons modifié la longueur CD du graphitage externe (*fig.* 1), AB étant graphité et BC soigneusement paraffiné. La courbe de la figure 3 représente, pour une surtension fixée, AB étant au sol comme CD, le nombre d'impulsions par minute en fonction de la longueur CD de la cathode; on voit que dans ces conditions la longueur efficace est mal définie. Il subsiste des impulsions parasites même lorsque cette longueur est nulle.

Pour remédier à ces inconvénients, nous avons apporté la modification qui

---

(3) G. Herzberg, *Physical Review*, 70, 1946, p. 762; R. Herman, *Journal de Physique*, 8e série, 6, 1945, p. 308.

(*) Séance du 13 juin 1949.

(1) R. Maze, *Journal de Physique*, 8e série, 7, 1946, p. 164-166.

suit; pour supprimer le champ électrique dans les régions terminales du fil, le compteur a la disposition de la figure 2 : les deux extrémités graphitées AB et EF sont portées à la tension du fil, la région intermédiaire CD restant à la

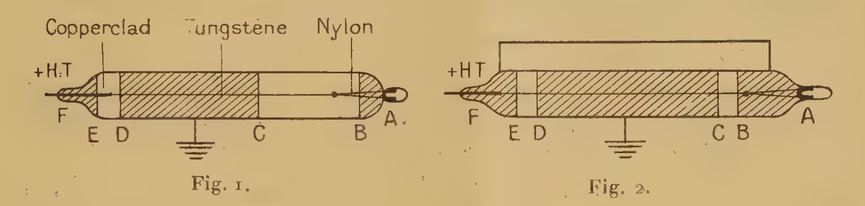


Fig. 1. Fig. 2.

masse. Les perturbations possibles des extrémités du fil métallique sont ainsi éliminées. Les intervalles BC et ED sont paraffinés. Les avantages de ce dispositif sont, en ce qui concerne la longueur efficace et la qualité du palier :

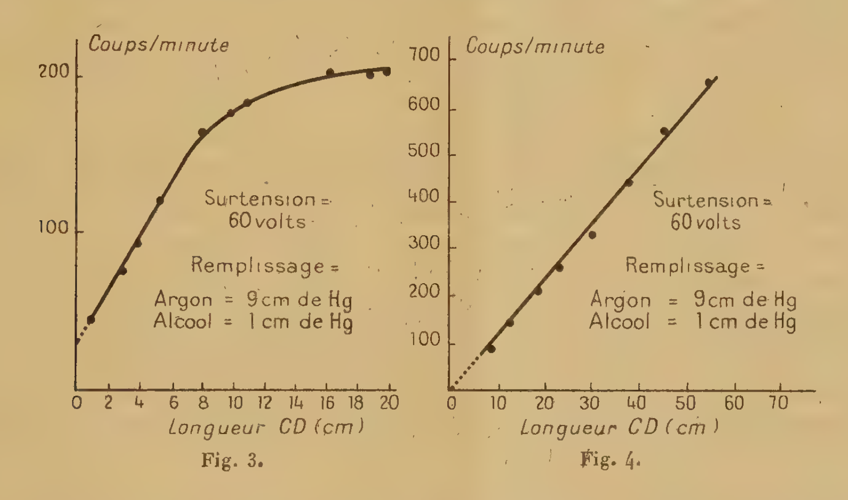


Fig. 3. Fig. 4.

a. Longueur efficace. — La courbe du taux de comptage en fonction de la longueur de CD, pour une surtension constante, est une droite passant par l'origine (*fig.* 4). La longueur efficace coïncide donc avec CD, elle est parfaitement définie; on a pu constater aussi que le seuil de Geiger s'élève quand le rapport de la longueur CD au diamètre du cylindre diminue, résultat identique à celui obtenu par d'autres auteurs avec des compteurs à cathode métallique ([2]).

b. Palier. — Celui-ci, déjà très bon dans le compteur habituel, est allongé de 50 à 100 %, la pente devient plus faible et le passage à la décharge continue est moins rapide. Des compteurs argon-alcool et argon-méthane furent étudiés; leur longueur allait de 20^{cm} à 1^{m}, leur diamètre, de 0,9 à $3^{cm},5$. Il y a amélio-

---

([2]) M. Peyrou nous a communiqué, après rédaction de cette Note, qu'il avait utilisé le même procédé pour mieux définir la partie efficace des compteurs commandant une chambre de Wilson.

ration dans tous les cas. Les compteurs conservent leurs qualités pour un comptage intense.

Des compteurs qui, à l'état ordinaire, étaient défectueux et avaient de mauvais paliers, ont pu ainsi être récupérés.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Technique de la double émulsion photographique en chimie nucléaire.* Note (*) de M. **Edgard Picciotto**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Les avantages et les possibilités de la méthode photographique en chimie nucléaire ont été souvent soulignés ([1]).

Pour la majorité des problèmes *quantitatifs* (dosage et détermination de période de radioéléments α, section efficace, dosage par réaction nucléaire, etc.), la méthode comporte : l'introduction d'une quantité déterminée de l'échantillon dans la plaque, le développement et la numération des trajectoires émises. Nous considérons ici le cas où l'échantillon est en solution aqueuse.

Introduction de l'échantillon dans la plaque. — L'introduction de substances étrangères dans la plaque peut avoir une action sur la sensibilité ou sur le développement. Le pH joue un rôle important ([2]), ([3]), également au point de vue mécanique pour éviter des tensions locales risquant de décoller les émulsions.

1° L'imprégnation de l'émulsion à partir d'un bain de concentration connue offre d'importants inconvénients : la concentration dans l'émulsion est très différente de celle du bain et dépend d'un grand nombre de facteurs difficilement contrôlables ([1]), ([4]). Les traces partant de la surface ou du voisinage du verre peuvent être perdues ou incomplètes. Par contre l'élément étudié a l'avantage d'être réparti d'une façon homogène dans toute la plaque.

2° L'évaporation d'un volume connu de solution sur la surface de la plaque nécessite une quantité minime de matière et la quantité totale introduite dans la plaque peut être connue avec précision, mais la répartition de l'élément étudié n'est pas homogène, la majorité en est concentrée en surface et une proportion non négligeable de trajectoires émises vers l'extérieur sont perdues ou incomplètes.

Nous avons utilisé la méthode suivante qui permet d'éviter ces divers inconvénients : une quantité connue de l'échantillon est emprisonnée entre deux émulsions et la totalité des trajectoires émises sont comptées.

Une goutte de la solution est déposée sur la plaque photographique.

(*) Séance du 20 juin 1949.

([1]) Broda, *J. Sc. Instr.*, 24, 1947, p. 136.

([2]) Picciotto, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 247.

([3]) Albouy et Faraggi, *J. Phys.*, X, 4, 1949, p. 105.

([4]) Haenny et Rochat, *Helv. Phys. Acta*, 21, 1948, p. 186.

L'emploi d'une balance apériodique à lecture directe permet d'en mesurer le poids avec précision. L'épaisseur de l'émulsion doit être telle que la goutte n'arrive pas jusqu'au verre (100^{μ} suffisent généralement pour une goutte de 5^{mg}).

Après séchage de la goutte, la plaque est recouverte d'une seconde émulsion, les émulsions en feuille (stripped) de Ilford ou Kodak se prêtent fort bien à cette opération. Les deux surfaces doivent être parfaitement soudées, sans plis ni bulles d'air interposées.

Développement. — On peut développer une double émulsion de $2 \times 100^{\mu}$ sans déformation ni déplacement relatif en prenant soin d'éviter les causes de gonflement exagéré de la gélatine. Après de nombreux essais, nous avons trouvé que les meilleures conditions sont réalisées en travaillant à basse température, bas pH et en l'absence de carbonate (dégagement de CO_2). Le révélateur le mieux adapté est l'amidol, déjà préconisé par Dilworth et Occhialini [5]. Il agit sans carbonate et à un pH voisin de la neutralité.

Pour obtenir un développement homogène sur 200^{μ}, il faut utiliser la méthode de Dilworth, Occhialini et Payne [6] qui offre d'ailleurs le maximum de sécurité pour la double émulsion puisqu'elle comporte un stade d'imprégnation à basse température et un stade à haute température, mais à sec.

Les détails de la révélation dépendent du type de particule à mettre en évidence et de la solution utilisée.

La *fixation* est le stade le plus délicat, vu la grande proportion d'AgBr dans les plaques nucléaires. Nous fixons entre 8 et 10° C dans un bain dilué (10 % d'hypo), acide et durcissant. La fixation doit être lente (7 à 10 heures).

Lavage à l'eau froide (10°) et séchage horizontal.

Les essais sont vérifiés par la parfaite continuité des traces traversant les deux émulsions.

Numération des trajectoires. — Pour éviter toute hypothèse hasardeuse sur la distribution de l'élément introduit, nous comptons toutes les trajectoires visibles, qui dans ce cas-ci représentent toutes les trajectoires émises. L'instrument le plus adapté à cette numération est le *Microscope cartographique* de Cosyns [7]. On peut aussi, mais avec une sécurité moindre, utiliser un disque de verre placé dans l'oculaire et sur lequel sont gravés deux traits parallèles au déplacement latéral de la lame.

La numération est facilitée par le fait que l'emplacement de la goutte est bien visible sur la plaque et que les éléments introduits y restent localisés. Il y a une légère diffusion dans l'émulsion supérieure. On peut souligner l'extension de la goutte en colorant la solution.

Cette méthode de double émulsion permet d'obtenir un maximum de préci-

---

(5) Communication privée.

(6) *Nature*, 162, 1948, p. 102.

(7) Notes C. Phys. Nucl., Bruxelles (1949)

sion sur la quantité de l'élément introduit dans la plaque et sur le nombre de trajectoires émises qui ont l'avantage d'être toutes complètes (sauf longueurs de plus de 40 à 50$^{\mu}$). Elle est évidemment applicable au cas où l'échantillon n'est pas en solution (suspension, poudre, film) [8]. Nous l'avons utilisée à la détermination de la période du samarium et au dosage de U et Th dans les minéraux. Les résultats seront publiés très prochainement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une forme de répartition statistique des* pièges *de phosphorescence dans le sulfure de zinc.* Note (*) de M. **Jean Saddy**, présentée par M. Frédéric Joliot.

L'étude du déclin de luminescence de divers échantillons de sulfures de zinc à luminogène cuivre conduit à admettre, pour représenter ce déclin en fonction du temps, une formule en somme de termes exponentiels. On peut envisager que chacun des termes exponentiels $B_i e^{-t/\tau_i}$ correspond à une espèce déterminée de niveau de fixation momentanée (*pièges*) des électrons portés à l'état excité ; τ_i représente la vie moyenne dans cet état métastable, et le produit $B_i \tau_i$ est proportionnel au nombre des électrons qui existent à l'instant initial du déclin dans le niveau considéré.

En examinant la répartition des électrons en fonction de la valeur moyenne des durées de vie moyenne de chaque groupe, j'ai pu établir que ce ne sont pas les pièges des électrons de phosphorescence les moins profonds qui sont les plus nombreux. La distribution des profondeurs de ces pièges autour d'une valeur maximum paraît avoir une allure statistique [1].

Ceci m'a amené à essayer de représenter la répartition des pièges par une formule simple conduisant à une courbe de déclin de la phosphorescence en accord avec les résultats expérimentaux. Après divers essais, la forme suivante de répartition des pièges en fonction des vies moyennes τ_i a été retenue :

$$n_{i,0} = K \frac{1}{\tau_i^2} e^{-\frac{\beta^2}{\tau_i^2}} d\tau_i, \tag{1}$$

$n_{i,0}$ est le nombre des pièges de vie moyenne comprise entre τ_i et $\tau_i + d\tau_i$, qui est égal au temps zéro au nombre d'électrons captés par ces pièges, l'excitation étant supposée faite jusqu'à saturation ; β est la valeur la plus probable de la vie moyenne ; K est une constante dépendant de β et du nombre total des pièges.

D'autre part, d'après ce qui a été dit plus haut, l'intensité de luminescence

(8) Demers, *Phys. Rev.*, 70, 1946, p. 974.

(*) Séance du 20 juin 1949.

(1) J. Saddy, *Thèse*, Paris, 1946.

au temps t du déclin est donnée par

$$\mathcal{J} = \sum B_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \qquad \text{avec} \quad B_i = c\frac{n_{i,0}}{\tau_i}.$$

Donc

$$\mathcal{J} = \sum cK\frac{1}{\tau_i^3} e^{-\frac{\beta^2}{\tau_i^2}} e^{-\frac{t}{\tau_i}}.$$

Si l'on remarque qu'il doit y avoir une très grande variété de vies moyennes, on voit que l'on peut écrire

$$(2) \qquad \boxed{\mathcal{J} = \int_0^\infty cK\tau^{-3} e^{-\frac{\beta^2}{\tau^2}} e^{-\frac{t}{\tau}} d\tau.}$$

Calcul de $\mathcal{J}$. — 1° Remarquons tout d'abord qu'au temps zéro, on a

$$\mathcal{J}_0 = \int_0^\infty cK\tau^{-3} e^{-\frac{\beta^2}{\tau^2}} d\tau = \frac{cK}{2\beta^2}.$$

Si l'on pose $\mathcal{J}_0 = 1$, on a $cK = 2\beta^2$, ce que nous supposerons désormais

$$2° \qquad \mathcal{J} = \int_0^\infty 2\beta^2\tau^{-3} e^{-\left(\frac{\beta^2}{\tau^2}+\frac{t}{\tau}\right)} d\tau = \int_0^\infty \frac{2\beta^2}{\tau^3} e^{-\left(\frac{\beta}{\tau}+\frac{t}{2\beta}\right)^2} e^{\frac{t^2}{4\beta^2}} d\tau.$$

Posons $\beta/\tau = u$ et $t/2\beta = \theta$, il vient

$$\mathcal{J} = 1 - \sqrt{\pi}\theta e^{\theta^2}\left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\theta e^{-(u+\theta)^2} d(u+\theta)\right].$$

La fonction $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\theta e^{-(u+\theta)^2} d(u+\theta)$ est la fonction Θ bien connue en Statistique.

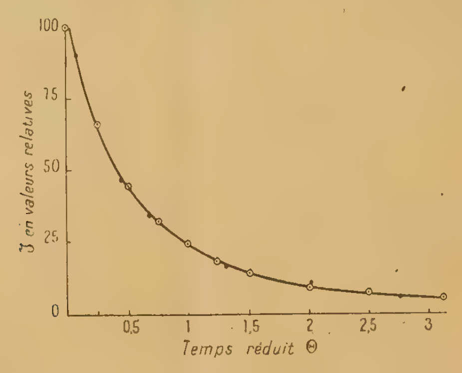
En définitive,

$$(3) \qquad \boxed{\mathcal{J}_\theta = 1 - \sqrt{\pi}\theta\, e^{\theta^2}[1 - \Theta_{(\theta)}],}$$

$\mathcal{J}$ est donnée en fonction de $\theta = t/2\beta$ qui apparaît donc comme un *temps réduit*. En portant en abscisses θ et en ordonnées $\mathcal{J}$, on doit obtenir la même courbe pour toutes les substances phosphorescentes ayant même loi de répartition des pièges que le sulfure de zinc étudié.

Confrontation avec les résultats expérimentaux. — J'ai utilisé les résultats expérimentaux que j'avais obtenus dans mes recherches sur la loi de déclin du sulfure de zinc à luminogène cuivre. En adoptant pour la vie moyenne la plus probable des pièges la valeur $\beta = 126$ secondes, j'obtiens une excellente concordance entre la courbe déduite de la formule (3) et la courbe expérimentale, comme le montre le graphique ci-après.

Il est à noter que la valeur admise ici pour β se trouve dans les limites qui avaient été déduites de la représentation du déclin par une somme de six termes



Dans ce graphique, la courbe tracée en trait plein est la courbe expérimentale; les points cerclés sont déduits de la formule.

exponentiels, termes dont j'ai donné les valeurs dans le Mémoire cité plus haut (1) : j'avais alors trouvé que l'espèce la plus nombreuse de pièges paraît avoir une durée de vie moyenne comprise entre 50 secondes et 7 minutes.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la condensation des ions basiques de plomb; étude spectrophotométrique.* Note (*) de M. **Jacques Faucherre**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans des travaux antérieurs (1), (2), (3), (4), (5) nous avons montré, à l'aide de quatre méthodes différentes, que l'alcalinisation ménagée du nitrate ou du perchlorate de plomb donnait naissance à des ions basiques condensés renfermant quatre atomes métalliques,

$$4Pb^{++} + 4\overline{OH} \rightleftharpoons \{Pb_4O_2\}^{IV+} + 2H_2O.$$

La concordance satisfaisante de nos résultats expérimentaux avec l'hypothèse d'un ion basique tétracondensé nous a paru un critère suffisant pour affirmer :

1° que cet ion constitue un édifice plus stable que l'ion basique non condensé aux concentrations où nous avons opéré;

2° qu'il n'existe qu'une seule espèce d'ion condensé, du moins en quantité appréciable.

(*) Séance du 20 juin 1949.

(1) Faucherre-Schaal, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 118.

(2) Geloso-Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 202.

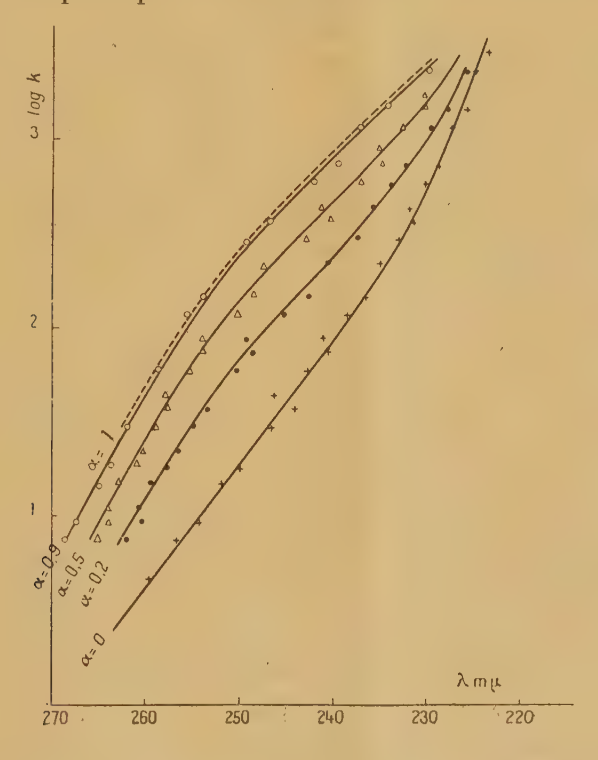
(3) Geloso-Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 430.

(4) Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 847.

(5) Geloso-Faucherre, *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 1243.

Pour plus de rigueur il nous a paru nécessaire de prouver expérimentalement cette dernière affirmation. Nous avons utilisé dans ce but la méthode d'absorption dans l'ultraviolet, préconisée par Souchay-Peschanski [6], après nous être assuré qualitativement que l'absorption lumineuse de l'ion basique était notablement plus grande que celle de l'ion simple.

Nous avons opéré sur du perchlorate de plomb 0,1 M avec des épaisseurs de cuve décroissant de 16 à 1^{mm} et des solutions de $(ClO_4)_2Pb$: 0,04; 0,02; 0,01 M dans des cuves de 1^{mm}. Les concentrations et les épaisseurs étaient choisies de telle sorte que, après développement, chaque spectre présente, pour une même longueur d'onde, un noircissement mesurable avec précision au photomètre. Temps de pose : 2 minutes.



On détermine ainsi par spectrophotométrie la courbe d'absorption des solutions de perchlorates purs ($\alpha = 0$) et de perchlorates alcalinisés dans une proportion connue α, en traçant, en fonction de la longueur d'onde exprimée en millimicrons, les valeurs du coefficient d'absorption :

$$k = \frac{1}{cd} \log \frac{i}{i_0};$$

c, concentration en atome-gramme Pb par litre; d, épaisseur en centimètres; i_0 et i, intensité incidente et transmise.

([6]) Souchay-Peschansky, *Bull. Soc. Chim.*, 15, 1948, p. 439.

On trouvera sur la figure les courbes d'absorption correspondant aux mélanges $\alpha = 0$; 0,2 ; 0,5 et 0,9.

Si l'ion basique condensé en équilibre avec l'ion simple est unique, on a le droit, pour une longueur d'onde déterminée, d'appliquer la relation :

$$k_i = k_c\,\alpha + k_s(1 - \alpha); \qquad (1)$$

où k_i, coefficient d'absorption d'un mélange intermédiaire compris entre $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$; k_s, coefficient d'absorption de l'ion simple ($\alpha = 0$); k_c, coefficient d'absorption de l'ion condensé ($\alpha = 1$).

A l'aide de la relation (1) nous avons calculé k_c à partir des trois valeurs successives de k_i pour une série de longueurs d'onde déterminées. Les valeurs de k_c, ainsi calculées, sont remarquablement identiques pour une même longueur d'onde attestant par là la rigoureuse validité de la relation (1) appliquée au présent équilibre. L'ion basique tétracondensé qui existe en solution est donc unique ou du moins prédominant entre zéro et 1 équivalent d'alcali par atome de Pb. Il est évident, en effet, que, si d'autres espèces d'ions basiques coexistaient avec celui-ci en quantité appréciable, les variations du coefficient d'absorption devraient obéir à une loi beaucoup plus complexe que celle exprimée par la relation (1).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Phénomène de Portevin-Le Chatelier dans les aciers doux et sa relation avec le vieillissement d'une éprouvette écrouie.* Note de M. **Christian Boulanger**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Le phénomène découvert par MM. A. Portevin et F. Le Chatelier [1], c'est-à-dire l'apparition, sur les courbes force-allongement, de discontinuités dues au déclenchement d'ondes de déformation plastique qui parcourent l'éprouvette, comme si celle-ci recevait une série de chocs instantanés successifs, a été signalé dans les aciers par de nombreux auteurs [2] [3] : c'est d'ailleurs une des manifestations de la *fragilité au bleu*.

Je me suis proposé de reprendre l'étude de ce phénomène sur des fils fins. Outre l'avantage d'une très faible dispersion, les fils offrent celui d'un traitement thermique ou chimique facile au sein d'une atmosphère choisie; l'emploi d'éprouvettes longues réduit les effets de la striction et la micromachine Chevenard pour fils permet d'enregistrer avec finesse, et presque sans inertie, les courbes force-allongement dans un large intervalle de températures et de vitesses.

---

(1) A. Portevin et F. Le Chatelier, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 507.
(2) J. Galibourg, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1072.
(3) *Symposium on the Age Hardening of Metals*, A.S.M. Cleveland, Ohio, 1940, p. 262.

Sur la figure 1, qui groupe neuf courbes de traction relatives à un acier extra-doux (C 0,04 %) et enregistrées à diverses températures, le phénomène se manifeste par des *hachures*, dont les courbes tracées à 170° et à 200° fournissent des exemples particulièrement nets. La vitesse d'extension affecte beaucoup l'aspect des courbes : plus elle est grande, plus le domaine des hachures est rejeté vers les températures élevées.

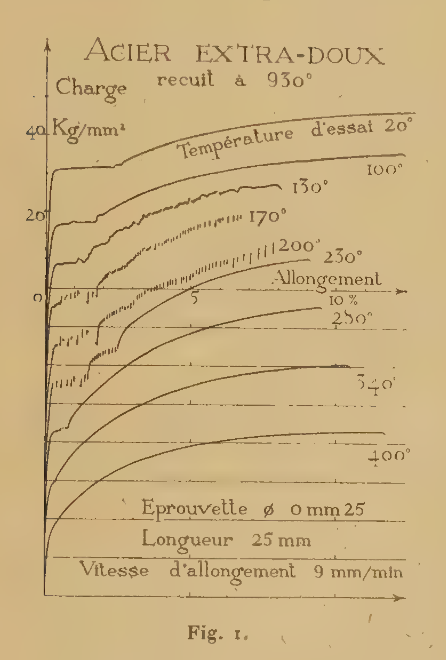


Fig. 1.

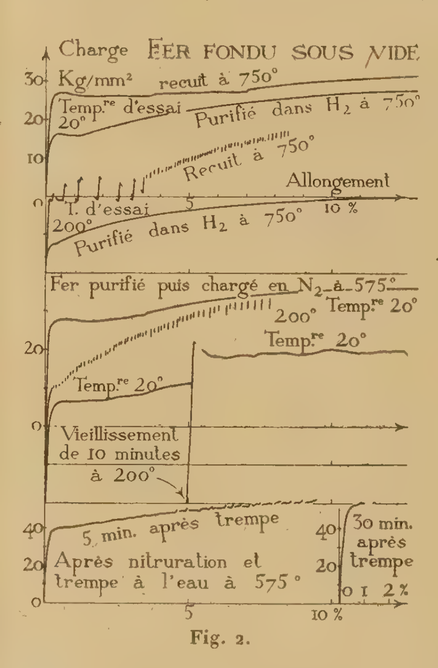


Fig. 2.

Si l'on purifie l'acier doux par chauffage au-dessus de Ac_3 dans l'hydrogène électrolytique, le grain grossit et le palier disparaît de même que les hachures. Mais si la chauffe dans l'hydrogène ne dépasse pas 750°, le grain reste fin, le

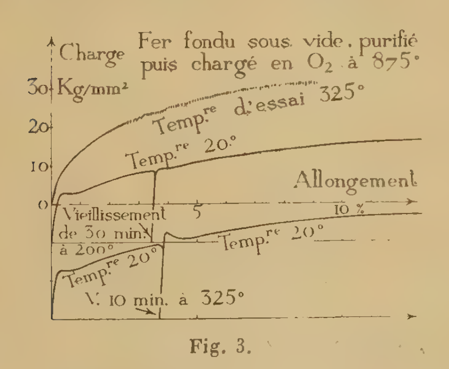


Fig. 3.

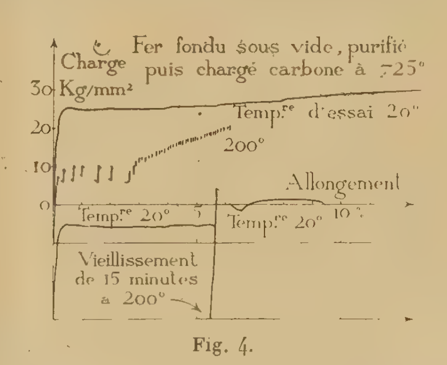


Fig. 4.

palier demeure bien que moins anguleux, et *il n'y a plus de hachures*; la figure 2 montre ce résultat sur un fer très pur fondu sous vide (C, N, Mn $\leq$ 0,01 %). Après écrouissage et revenu à basse température, le fer ainsi purifié n'est plus apte à vieillir.

Pour faire réapparaître les hachures, il suffit d'incorporer *par cémentation* du carbone ($C_6H_{10} + H_2$ à 725°), ou de l'azote ($NH_3 + H_2$ à 575°), ou de l'oxygène ($H_2O + H_2$ à 875°). La cémentation étant complétée par un recuit d'homogénéisation de plusieurs heures, en atmosphère inerte, le domaine thermique des hachures se situe un peu avant 200° pour l'azote (*fig.* 2), vers 325° pour l'oxygène (*fig.* 3) et vers 200° pour le carbone (*fig.* 4).

Cette cémentation ne fait apparaître le *palier* que si le grain est fin mais, dans tous les cas, *le métal ainsi traité devient apte à vieillir.* En déformant un peu les éprouvettes et en leur faisant subir un revenu (200° pour C et N, 325° pour O), la nouvelle courbe de traction devient semblable à celle que donnerait, dans les mêmes conditions, un acier non purifié. Le fait qu'il faille porter l'éprouvette à 325° dans le cas de l'oxygène montre bien la liaison des deux mécanismes. Enfin, si par trempe on réalise une solution très sursaturée d'azote dans la ferrite, les hachures apparaissent (*fig.* 2, en bas) dès la température ambiante, comme dans le cas des alliages légers d'aluminium ([1]).

CHIMIE MACROMOLÉCULAIRE. — *Structure cristalline du polyhexaméthylène dihydroxy-α.α' adipamide.* Note de MM. **Gérard Beauvalet**, **Georges Champetier** et **Robert Tertian**, présentée par M. Louis Hackspill.

Le polyhexaméthylène dihydroxy-α.α' adipamide ([1]), fondu et brusquement refroidi, donne le diagramme de diffraction de rayons X d'une substance amorphe, formé d'un halo flou correspondant à la distance réticulaire de 4,4 Å. Après un certain temps, la structure microcristalline apparaît et se traduit par un diagramme de diffraction de Debye et Scherrer, comportant plusieurs anneaux relativement fins et nets. Un fil du polymère étiré à froid et recristallisé, par traitement thermique à 158° pendant 12 heures, donne un diagramme de diffraction de substance fibreuse suffisamment riche en détails pour permettre de préciser la structure cristalline de la substance.

La détermination du système cristallin et le calcul des paramètres de la maille élémentaire ont été effectués par la méthode du réseau réciproque de Bernal ([2]). La maille est orthorhombique

$$a = 4{,}87\ \text{Å}, \quad b = 4{,}35\ \text{Å}, \quad c = 15{,}85\ \text{Å}\ \text{(direction de fibre)}.$$

La forte intensité de la tache (010) permet d'envisager que les chaînes macromoléculaires, très sensiblement parallèles à la direction c, sont situées dans le plan a, c; toutefois, la période d'identité calculée à l'aide des distances interatomiques et des angles valenciels habituels a pour valeur 17,2 Å et est légèrement supérieure au résultat expérimental ($c = 15{,}85$ Å), ce qui fait

(1) *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1866.
(2) *Proc. Roy. Soc. London* A, **113**, 1926, p. 117.

supposer que les chaînes de polyamide ne sont pas en état de complète extension. La maille adoptée contient un seul motif monomère

$$[-NH-(CH_2)_6-NH-CO-CHOH-(CH_2)_2-CHOH-CO-].$$

Cependant, la densité calculée 1,23 est un peu plus grande que la densité mesurée 1,18, ce qui doit être attribué à l'imparfaite cristallinité du haut polymère.

h_n.	Nature des taches.	l (mm).	Indice de Miller.
h_0	très forte, très fine	41,2	(010)
	forte, fine	72,6	(200)
	forte, fine	83,9	(020) (210)
	très faible, nette	92,5	(120)
	faible, nette	113,1	(300)
$h_1 = 5^{mm},6$	moyenne, fine	36	(101)
	très forte, nette	41,4	(011)
	forte, nette	54,8	(111)
$h_2 = 11^{mm},31$	faible, flou	73	(202)
	très faible, flou	84	(022) (212)
$h_3 = 17^{mm},35$	moyenne, nette	42	(013)
	moyenne, nette	56	(113)
	faible, flou	75	(203)
$h_4 = 24^{mm}$	très faible, flou	42	(014)
$h_5 = 31^{mm},7$	moyenne, flou	40,6	(015)
$h_6 = 40^{mm},9$	très faible, flou	38,4	(016)
Taches méridiennes.	très forte, fine	23	(001)
	très forte	11,5	(002)
	forte	7,75	(003)

Chambre cylindrique: Diamètre $114^{mm},6$ CuK_α. h_n distance de la ligne de couche n à l'équateur. l, distance de deux taches symétriques par rapport au méridien du diagramme ou distance de deux taches méridiennes symétriques.

Les interactions hydrogène entre les groupes CO et NH des chaînes voisines du polyamide hydroxylé s'exercent dans le plan a, c, la distance entre l'atome d'azote et l'atome d'oxygène étant de l'ordre de 3 Å, distance supérieure à la valeur moyenne de 2,73 Å que l'on trouve pour les polyamides non hydroxylés; cet accroissement de distance est dû au décalage des chaînes macromoléculaires.

Les interactions hydrogène entre les oxhydriles des chaînes voisines se situent dans les plans b, c et correspondent à une distance de l'ordre 2 Å entre les atomes d'oxygène, valeur plus faible que celle qui est généralement admise pour les liaisons de ce type (2,3 Å ou plus).

Le double système d'interactions hydrogène s'exerçant dans deux directions de l'espace assure aux chaînes macromoléculaires du polyamide hydroxylé une

très forte cohésion qui se traduit par des qualités mécaniques supérieures à celles des polyamides normaux, en l'absence d'humidité, car la présence des oxhydriles donne au polyhexaméthylène dihydroxyadipamide une grande sensibilité à l'eau au détriment des propriétés mécaniques.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage du quartz libre dans les minerais de fer de Lorraine*. Note (*) de MM. **Jacques Aubry** et **Gilbert Turpin**, présentée par M. Albert Portevin.

Selon une Note de M. Sauzéat [1], les méthodes chimiques de détermination du quartz libre dans les roches s'avèrent peu satisfaisantes; d'après cet auteur, dans la méthode de Trostell et Wynne en particulier, le traitement acide initial au bisulfate attaque le quartz et laisse certains silicates attaqués, tandis que le traitement alcalin ultérieur peut entraîner également la dissolution partielle du quartz. Nous inspirant d'une méthode d'analyse de sols [2], nous avons étudié l'action, sur les minerais de fer de Lorraine, du sulfure de sodium en solution bouillante à 20 % ($pH = 11,95$) dont l'alcalinité est suffisante pour peptiser la silice colloïdale et la silice combinée des argiles et des chlorites, mais reste trop faible pour dissoudre le quartz.

Son pouvoir sulfurant permet aussi, dans ces conditions, d'attaquer la presque totalité du fer qui s'élimine sous forme de sulfure colloïdal.

On élimine au préalable les carbonates de chaux, de magnésie et une partie de la sidérose dans un traitement par une solution tampon

$$CH_3COOH - CH_3COONa \quad \text{à} \quad pH = 2,5.$$

Le résidu est repris par des solutions bouillantes de sulfure de sodium et l'analyse de la silice dissoute dans les filtrats, montre que trois traitements successifs suffisent à dissoudre les matériaux siliceux autres que le quartz; les filtrations sont effectuées sur creuset d'alundum, inattaqué par la liqueur alcaline utilisée, contrairement au verre fritté. Un traitement final acide à $HCl + NO_3H$ dissout les oxydes de fer non sulfurés et les sulfures qui n'ont pu passer en solution colloïdale.

Le sulfure de sodium lui-même s'est révélé le meilleur solvant du soufre provenant de l'action de NO_3H sur les sulfures et accompagna le résidu final; il n'avait pu être éliminé par des extractions méthodiques au sulfure de carbone.

Le résidu final se présente à l'examen microscopique, sous forme de débris transparents incolores, à cassures conchoïdales, contenant parfois des inclusions liquides.

(*) Séance du 20 juin 1949.

[1] *Bull. Soc. Chim.*, 1948, p. 271.

[2] E. Truog, *Proceedings of The Soil Science of America*, I, 1936, p. 101.

La méthode a conduit à des résultats reproductibles avec quatre échantillons de minerai de fer lorrain (deux calcaires et deux siliceux). Ces résultats ont été comparés à ceux qu'a obtenus Guinard par la méthode de restitution minéralogique par le calcul (*Revue de l'Industrie minérale*, octobre 1948).

Désignation.	SiO_2 totale (%).	Quartz (%).	Quartz calculé (%).
Moulaine calcaire, L_1—L_2	10,20	5,54 / 5,55	5,42
Mont-Saint-Martin siliceux, L_5	23,40	15,18 / 15,33	16,57
Tucquegnieux calcaire, couche grise	5,80	1,40 / 1,42	0,48
Moulaine siliceux, L_5	15,80	5,15 / 5,28	9,94

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur une méthode expérimentale d'étude de la température réellement atteinte au cours du meulage dans les couches superficielles d'un échantillon métallique : Cas du cobalt.* Note (*) de M. **Robert Courtel**, présentée par M. Albert Portevin.

Dans une Note antérieure [1] nous avons donné le principe de la méthode de meulage dans le vide avec contrôle immédiat, par diffraction électronique, des surfaces obtenues.

On peut chercher à obtenir par cette technique des renseignements très directs sur la température réellement atteinte en surface au cours du meulage à sec, en s'adressant à un corps possédant un point de transition net de sa structure cristalline en fonction de la température. Ce cas s'est présenté au cours d'une série d'essais sur différents métaux (Fe, Al, Ni, Mg, etc.), notamment en effectuant le meulage, à différentes vitesses, d'un monocristal de cobalt hexagonal.

Au cours de ces expériences, on a observé les faits suivants :

1° Pour des vitesses périphériques et des profondeurs de passe faibles (moins de 14 m/sec et de 1/100 de millimètre environ avec une meule boisseau, diamantée, de $2^{cm},5$ de diamètre), on obtient, après meulage, le diagramme de la variété hexagonale pure (*fig.* 1); l'orientation commune des cristallites, qui est celle décrite ailleurs pour Mg (à savoir le plan de base 0001 strictement dans le plan de la surface meulée) est absolument indépendante de l'orientation propre du monocristal initial, ce qui montre que ce dernier a été brisé et les cristallites réorganisés.

(*) Séance du 20 juin 1949.

[1] *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 793.

2° Pour des vitesses plus fortes (environ 16 m/sec), ou des passes plus profondes, on voit se superposer au diagramme hexagonal les raies de la variété cubique (c. f. c.) avec leurs orientations caractéristiques (*fig.* 2).

3° Le diagramme c. f. c. devient prédominant pour les vitesses de 20 m/sec et au delà, quoique le diagramme hexagonal ne disparaisse jamais totalement (*fig.* 3).

4° Le phénomène est excessivement sensible au moindre encrassement de la meule par des particules métalliques, ainsi qu'à l'importance des passes. L'un et l'autre de ces facteurs entraînent rapidement l'apparition et la prédominance du diagramme cubique, et les résultats deviennent alors très irréguliers.

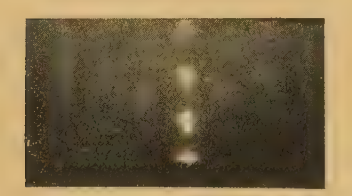


Fig. 1 : V = 10 m/sec.

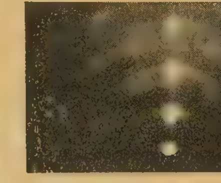


Fig. 2 : V = 20 m/sec.

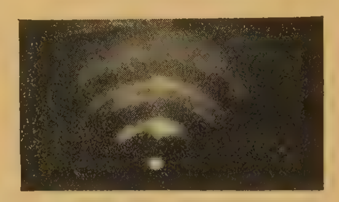


Fig. 3 : V = 30 m/sec.

Échantillon de cobalt hexagonal meulé dans le vide (meule diamantée).

Sachant que le cobalt a un point de transformation (variété hexagonale → cubique) au voisinage de 400° C, on peut poser en principe que, selon les conditions réalisées au cours du travail, la température de la couche intéressée par la diffraction électronique (quelques centaines d'Angströms d'épaisseur), ou tout au moins la grandeur statistique que l'on peut définir comme étant une telle température, a effectivement atteint et dépassé cette température de transformation. La variété cubique, formée sous l'effet de l'apport énergétique quasi instantané dû au meulage, subsiste ensuite à basse température grâce à une véritable trempe : on peut calculer par exemple que le refroidissement de 500° à 300° C, par simple conduction de chaleur dans l'échantillon massif initialement à température ambiante, d'une couche superficielle uniforme de 1$^{\mu}$ d'épaisseur, ne prend pas plus de 10^{-7} seconde.

Il est possible cependant que les choses ne soient pas aussi simples : la transformation $Co_{\beta} \rightarrow Co_{\alpha}$ par voie purement thermique est assez capricieuse [2]; son irréversibilité dépend de la grosseur des grains de la variété cubique présents au-dessous de la température de transformation. Cette dernière est mal définie et se situe en fait sur un intervalle assez étendu au voisinage de 400° C. D'autre part, l'effet thermique du meulage est certainement variable selon le point considéré de la surface; et du reste, si l'on cherche à préciser la notion de température au cours du meulage dans la couche intéressée, qui est

---

(2) *Voir* Trojano et Tokich, *Met. Tech.*, 15, (3), 1948.

celle où a lieu la fracture, on se heurte évidemment à de grosses difficultés, qui font apparaître la nécessité d'une analyse plus serrée du phénomène à l'échelle atomique.

Il ne saurait donc s'agir ici que d'une première interprétation des faits expérimentaux. Mais nous donnerons dans une prochaine Note une confirmation de ce point de vue obtenue par une méthode différente (méthode des *seuils d'oxydation*).

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur les images au microscope électronique des alliages aluminium-cuivre durcis.* Note de MM. **Raymond Castaing** et **André Guinier**, présentée par M. Pierre Chevenard.

Nous avons cherché à déterminer par microscopie électronique [1] les aspects des images correspondant aux diverses structures d'un alliage aluminium-cuivre au cours du revenu, telles qu'elles sont révélées par les rayons X [2].

Les revenus à température comprise entre 150 et 200° font apparaître sur le diagramme de rayons X la phase Al_2Cu θ'. Les micrographies électroniques montrent, dans ce cas, une répartition dense et uniforme de précipités en forme de plaquettes, en épitaxie sur le réseau de la matrice. Leur épaisseur moyenne est de 100 Å et reste sensiblement constante pour des revenus relativement longs à température inférieure à 250°, tandis que s'accroissent les dimensions latérales des précipités, certains pouvant atteindre un micron pour un revenu de 36 heures à 200°. Les plaquettes formées aux températures inférieures à 250° n'ont d'ailleurs pas une épaisseur uniforme et semblent composées d'éléments de 100 Å d'épaisseur et 200 à 400 Å de côté séparés par des régions plus minces. Ce phénomène disparaît aux températures supérieures.

La phase θ' est aisément révélée par le microscope électronique dès le début de sa formation. Les plaquettes sont alors irrégulièrement réparties et leur épaisseur peut être inférieure à 50 Å, ce que pouvait faire prévoir un allongement des taches de diffraction des précipités parallèlement aux axes [100].

Le vieillissement aux températures comprises entre 100 et 150° correspond, d'après les rayons X, à un arrangement des atomes d'aluminium et de cuivre conduisant à une sorte de surstructure du réseau de la matrice. Cet arrangement a lieu dans des zones de rassemblement des atomes de cuivre dont les rayons X sont impuissants à déterminer la forme et les dimensions. Les micrographies électroniques révèlent encore la présence de nombreux points dont certains sont allongés et présentent une nette orientation. Le nombre de ces points est trop élevé pour pouvoir être expliqué par la présence d'un précipité θ', puisque celui-ci n'est pratiquement pas visible aux rayons X. Il semble donc

(1) R. Castaing, *Comptes rendus*, **228**, 1949, p. 1341-1343.
(2) A. Guinier, *Journ. Phys.*, 8e série, **3**, 1942, p. 124-136.

que l'on puisse conclure qu'il s'agit de zones de surstructure : celles-ci présenteraient donc également la forme de plaquettes orientées parallèlement aux plans [100] de la matrice; leur épaisseur pouvant atteindre 200 Å, il est normal qu'un grand nombre d'entre elles apparaissent sous forme de points sans orientation visible.

Les rassemblements *plans* d'atomes de cuivre caractérisant le tout premier stade d'hétérogénéité de la solution n'ont pu, jusqu'à présent, être mis en évidence de façon certaine sur les micrographies électroniques. Les dimensions ($40 \times 40 \times 3$ Å), que l'on peut leur assigner, d'après l'étude aux rayons X, semblent d'ailleurs difficilement accessibles aux méthodes d'empreintes actuelles [1].

Le principal caractère du phénomène de vieillissement, tel qu'il est révélé par les micrographies électroniques, est son extrême irrégularité. D'une façon générale, pour des revenus de moyenne durée, plusieurs des stades d'hétérogénéité coexistent au sein d'un même cristal. Cette irrégularité n'est d'ailleurs pas le fait du hasard, mais présente une étroite corrélation avec les défauts du réseau cristallin.



Fig. 1. — Al/Cu 4 % revenu 3 h à 190°.

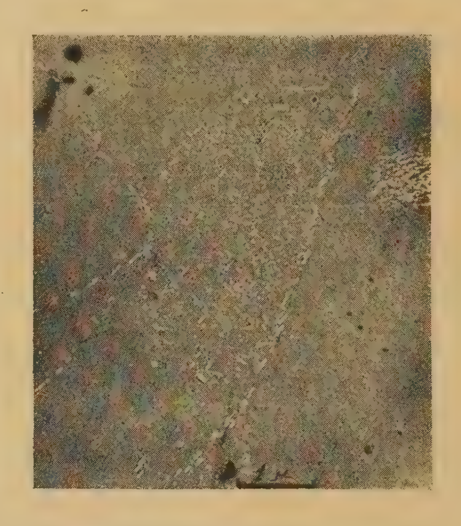


Fig. 2. — Al/Cu 4 % polygonié revenu 12 h à 150°.

1° *Plans de glissement.* — Les tensions de trempe font toujours apparaître dans le cristal des systèmes de plans de glissement. La précipitation sélective de la phase θ′ le long de ces plans a pu être mise en évidence (*fig.* 1).

2° *Joints de grains.* — De part et d'autre des joints de grains, se présentent en général un petit nombre de précipités grossiers. Les fines précipitations y sont peu nombreuses ou inexistantes; cela peut s'expliquer par l'appauvrissement en cuivre de la solution au voisinage des gros précipités.

3° *Polygonisation.* — La précipitation de la phase θ′ a lieu d'une façon

sélective le long des joints de polygonisation ([3]), où se sont rassemblées la plupart des imperfections du réseau. La distance moyenne (1000 Å) des précipités le long de ces joints permet, si l'on remarque que la désorientation des différents sous-grains est de quelques minutes environ, de considérer qu'ils révèlent des dislocations individuelles([4]). En outre, l'hétérogénéité au sein même des sous-grains de polygonisation subit de l'un à l'autre d'importantes variations. La figure 2 représente de tels sous-grains de 5^{μ} environ au *sein d'un cristal de* 12^{mm} *de côté.*

Enfin, les zones de surstructure, qui apparaissent en général dans des régions isolées dont les dimensions sont de quelques microns, se répartissent à l'intérieur de ces régions de façon préférentielle le long des lamelles de glissement introduites par les tensions de trempe.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Quelques réactions de la Δ_2-cyclopenténYl-cyclohexanone.* Note (*) de MM. **Max Mousseron** et **François Winternitz**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les cétones hydroaromatiques, sodées par l'amidure de sodium au sein de l'éther anhydre, réagissent avec le chloro-1 cyclopentène-2 dans de bonnes conditions. C'est ainsi que la cyclohexanone donne naissance au (Δ_2-cyclopentényl)-2 cyclohexanone (Ia)), $É_{20}$ 118-122°, d_{25}^{25} 1,004, n_D^{25} 1,4979, semicarbazone F 174°, oxime F 82-83°, obtenue également à partir de la (Δ_2-cyclopentényl)-1 cyclohexanone-2 carboxylate d'éthyle (Ib), $É_{20}$ 160-164°, d_{25}^{25} 1,071, n_D^{25} 1,4893, semicarbazone F 156°, provenant de l'action du chloro-1 cyclopentène-2 sur la cyclohexanone-2 carboxylate d'éthyle sodé, après saponification et recyclisation par l'anhydride acétique ([1]).

R, =O (I) → =CH—CO OC$_2$H$_5$ (II) → —CH$_2$—CO OC$_2$H$_5$ (III)

a. R=H; *b*. R=COOC$_2$H$_5$; *c*. R=CN.

=O (IV) → =CH—CO OC$_2$H$_5$ (V) → —CH$_2$—CO OC$_2$H$_5$ (VI)

([3]) A. Guinier et P. Lacombe, *Métaux et Corrosion*, 23, 277, 1948, p. 212-214.

([4]) W. G. Burgers, *Proc. Roy. Acad. Sc. Amsterdam*, 50, 1947, p. 452.

(*) Séance du 20 juin 1949.

([1]) Horeau et Jacques, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 12, 1945, p. 1001.

De même la cyano-2 cyclohexanone conduit au (Δ_2-cyclopentényl)-2 cyano-2 cyclohexanone (I*c*), $É_{20}$ 168-170°, semicarbazone F 224-225°, oxime F 96°.

La cétone (I*a*) conduit par la réaction de Reformatsky avec le bromacétate d'éthyle et le magnésium en milieu benzénique à un ester alcool, $É_{15}$ 183-185°, très difficile à déshydrater par le bisulfate de potassium, mais donnant plus aisément l'ester éthylénique (II), $É_5$ 140-145° par le chlorure de thionyle et la pyridine, puis par saponification, un acide dont le dérivé S-benzylthiouronium est fusible à 175°.

L'hydrogénation par le nickel Raney de cet ester (II) sature uniquement ([2]) la liaison éthylénique cyclopenténique, conduisant à (V), $É_5$ 115-117°, d_{25}^{25} 0,993, n_D^{25} 1,4905, dérivé *p*-bromophénacylé de l'acide F 116-118°. L'hydrogénation avec le charbon palladié par contre, supprime les deux doubles liaisons donnant l'ester (VI), $É_6$ 110-115°, d_{25}^{25} 0,983, n_D^{25} 1,4820.

Quand la réaction de Reformatsky est effectuée sur la cyclopentyl-2 cyclohexanone (IV), $É_{15}$ 120-122°, d_{25}^{25} 0,974, n_D^{25} 1,4858, semicarbazone F 186-187°, 2.4-dinitrophénylhydrazone F 157-178°, provenant de l'hydrogénation soit par le palladium, soit par le nickel Raney de (I), après déshydratation et saponification, on obtient le même acide qui correspond à (V).

Enfin, l'hydrogénation par l'amalgame de sodium ([3]) de (II) comble sélectivement la double liaison semi-cyclique, conduisant à (III), dont l'acide donne un dérivé S-benzylthiouronium F 145° et par l'intermédiaire de son chlorure d'acide (par le chlorure de thionyle) un amide F 100-102°. Ici encore, l'hydrogénation de la liaison éthylénique cyclopenténique a lieu très facilement par le nickel Raney aboutissant ainsi à l'ester saturé (VI).

La cyclohexénylcyclohexanone, par la réaction de Reformatsky, conduit à un ester-alcool, $É_5$ 150-160°, qui a été déshydraté par le bisulfate de potassium. L'ester, doublement désaturé, a été hydrogéné d'abord par le charbon palladié, puis par le platine d'Adams, donnant ainsi le cyclohexyl-2 cyclohexylacétate d'éthyle, $É_{15}$ 155-160°, d_{25}^{25} 0,973, n_D^{25} 1,4870, puis par saponification, l'acide cyclohexyl-2 cyclohexylacétique F 82°, amide F 146-148°.

La cyclohexyl-2 cyclohexanone, soumise à l'action du bromacétate d'éthyle, engendre un ester-alcool, qui, hydrogéné après déshydratation, conduit à l'ester saturé précédent.

L'extension de ces réactions à l'α-tétralone et à la méthoxy-6 tétralone-1 est en cours.

([2]) Schwenk et Papa, *J. Am. Chem. Soc.*, 67, 1945, p. 1432.

([3]) Newman, *J. Am. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 2948.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés de la phtalazine d'intérêt biologique.* Note (*) de MM. **N. P. Buu-Hoï, Georges Dechamps, Nguyen-Hoán, Henri Le Bihan, Albert R. Ratsimamanga** et **Fernand Binon**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il a été montré récemment par Jouin et l'un d'entre nous ([1]) que la phtalylhydrazine possède *in vitro* une activité bactériostatique marquée vis-à-vis du bacille tuberculeux. Cette observation a conduit à l'étude de la synthèse et des propriétés des dérivés de ce corps, avec l'espoir d'accéder à des substances susceptibles d'applications pratiques. La phtalylhydrazine peut être considérée soit comme une phtalazdione-1.4 (I*a*; R = H), soit comme une hydroxy-1 phtalazone-4 (I *b*; R = R′ = H), soit comme une dihydroxy-1.4 phtalazine (I*c*); d'après Rowe et Peters ([2]), sa méthylation conduit à un dérivé N-substitué,

(I *a*) (I *b*) (I *c*)

puis à un O-éther de ce dernier, la méthoxy-1 méthyl-3 phtalazone-4. En traitant la phtalylhydrazine en milieu alcalin par des halogénures d'alcoyles et d'arylalcoyles variés, nous avons préparé de nombreux dérivés nouveaux, liposolubles, dont voici quelques types :

Hydroxy-1 cinnamyl-3 phtalazone-4 (I*b*; R′ = H, R = $CH_2—CH=CH—C_6H_5$), aiguilles incolores, F 196° (du xylène); *hydroxy-1 phényléthyl-3 phtalazone-4* (I*b*; R′ = H, R = $CH_2—CH_2—C_6H_5$), aiguilles incolores F 174-175° (du xylène); *n.dodécyloxy-1 n.dodécyl-3 phtalazone-4* (I*b*; R = R′ = $n.C_{12}H_{25}$), huile visqueuse, $É_{0,5}$ 270-275° jaune pâle, très soluble dans l'huile; *n.dodécyloxy-1 benzyl-3 phtalazone-4* (I*b*; R = $CH_2C_6H_5$, R′ = $n.C_{12}H_{25}$), huile jaune pâle, épaisse, $É_{10}$ 325°; *allyloxy-1 allyl-3 phtalazone-4* (I*b*; R = R′ = $CH_2—CH=CH_2$), huile jaune pâle, $É_{12}$ 200-202°.

Le fait que la phénylhydrazine possède par elle-même une certaine activité contre le bacille de Koch ([1]), nous a conduits à étudier également une série de dérivés alcoylés et arylalcoylés de la phtalylphénylhydrazine (I*a*; R = C_6H_5 ou I*b*; R′ = H; R = C_6H_5). Compte tenu des travaux de Rowe, Gillan et Peters ([3]) sur la structure des dérivés méthylé et éthylé déjà connus, nous assignons à nos dérivés nouveaux la structure phtalazone (I*b*). Voici quelques exemples de ces corps :

(*) Séance du 20 juin 1949.

([1]) J.-P. Jouin et M. P. Buu-Hoï, *Ann. Inst. Pasteur*, 72, 1946, p. 580.

([2]) F. M. Rowe et A. T. Peters, *J. Chem. Soc.*, 1933, p. 1331.

([3]) F. M. Rowe, J. G. Gillan et A. T. Peters, *Ibid.*, 1935, p. 1808.

n.propoxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (I*b*; $R = C_6H_5$, $R' = n.C_3H_7$), aiguilles incolores, F 75° (du méthanol), $É_{12}$ 255-258°;

isopropoxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (I*b*; $R = C_6H_5$; $R' = i.C_3H_7$), aiguilles incolores, F 112° (de l'alcool), $É_{18}$ 265-275°;

allyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (I*b*; $R = C_6H_5$, $R' = CH_2-CH=CH_2$), aiguilles brillantes, jaune très pâle, F 141° (de l'alcool);

isobutoxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (I*b*; $R = C_6H_5$, $R' = i.C_4H_9$), longues aiguilles faiblement jaunâtres, F 99° (du méthanol), $É_{12}$ 258-260°;

isoamyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (I*b*; $R = C_6H_5$, $R' = i.C_5H_{11}$), longues aiguilles, F 58-59° (du méthanol), $É_{12}$ 265-270°;

n.hexyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (I*b*; $R = C_6H_5$, $R' = n.C_6H_{13}$), huile visqueuse jaune pâle, $É_{0,5}$ 230-235°;

n.octyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, huile visqueuse, $É_{0,5}$: 242-247°;

n.dodécyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, huile jaune épaisse, $É_{0,5}$: 255-260°;

n.cétyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, huile jaune très épaisse, $É_{0,5}$: 285-295°, se solidifiant en une cire;

n.octadécyloxy-1-phényl-3 phtalazone-4, prismes onctueux, F 55° : (de la ligroïne);

n.oléyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, huile jaune assez fluide, $É_{0,5}$: 298-300°;

benzyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, aiguilles soyeuses, F 208° (de l'alcool), $É_{12}$: 295-302°;

p.méthoxybenzyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, aiguilles jaunâtres, F 215° (de l'alcool), $É_{0,5}$: 280° environ;

β-phényléthoxy-1 phényl-3 phtalazone-4 (*ibid.*; $R = C_6H_5$, $R' = (CH_2)_2C_6H_5$) prismes jaunâtres, F 124° (de l'alcool), $É_{12}$: 304-305°;

chaulmoogryloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, huile jaune, $É_1$: 300-320°;

diméthyl-2' 5'benzyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, aiguilles jaunâtres (de l'alcool), F 206-207°, $É_{0,5}$: 255-258°;

β, *γ-dihydroxypropoxy-1 phényl-3 phtalazone-4*

$$(Ibid.;\ R = C_6H_5,\ R' = CH_2 - CHOH - CH_2OH),$$

huile jaune pâle, peu soluble dans l'eau, liposoluble, cristallisant en aiguilles F 82°.

La recherche de l'activité antituberculeuse sur ces corps a été faite *in vivo* à l'aide d'une technique analogue au test de Martin [4], consistant à injecter à des souris, par voie intraveineuse, une dose de bacilles *humains* produisant la mort des témoins entre 15 et 25 jours; l'activité du produit à étudier (injecté soit par voie sous-cutanée, soit par voie intraveineuse), est estimée d'après la durée de survie des animaux traités. Dans ces conditions, certains de nos com-

---

(4) A. R. MARTIN, *J. Path. and Bact.*, 58, 1946, p. 580.

posés tels que l'isoamyloxy-1 phényl-3 phtalazone-4, se montrent nettement plus actifs que les chlorhydrates de streptomycine et de dihydrostreptomycine, utilisés comme substances de référence (les essais portent en général sur des séries de 200 animaux). Des recherches analogues sont en cours sur des dérivés nitrés, aminés, halogénés des phtalylhydrazines, ainsi qu'avec la quinoléinylhydrazine (aza-5 phtalazdione-1.4) et la cinchoméronylhydrazine (aza-6 phtalazdione-1.4) et leurs analogues et dérivés.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le dicéto-2.2′ spirodicyclopentane.* Note de M. **Alain Horeau**, présentée par M. Marcel Delépine.

On sait que certains dérivés du dihydroxydiphénylpropane tels que (II), présentent une forte activité œstrogène [1]; il m'a paru intéressant, pour diminuer le nombre des isomères et examiner l'effet d'une double cyclisation,

$$OC—C_6H_4—\underset{R}{CH}—\underset{R}{CH}—\underset{R}{CH}—C_6H_4—OH$$
(II)

CH_2
CH_2 CH_2
$OH—C_6H_4—CH—C—CH—C_6H_4OH$
CH_2 CH_2
CH_2
(III)

d'envisager la préparation du produit (III) qu'on pourrait obtenir, théoriquement, par action du bromure de *p*-méthoxyphénylmagnésium sur la dicétone (I); la préparation de cette dicétone ou dicéto-2.2′ spirodicyclopentane, fait l'objet de cet exposé :

CH_2
CH_2 CH_2
C
$O=C$ $C=O$
CH_2 CH_2
CH_2
(I)

On pouvait espérer l'obtenir à partir de la cétone diester (IV), produit de condensation du γ-bromo-butyrate d'éthyle sur l'éther de Dieckmann (ou cyclopentanone α-carbonate d'éthyle) [2] [3],

$CH_2—CH_2—CH_2—COOC_2H_5$
$COOC_2H_5$
O
(IV)

$—CH_2—CH_2—CH_2—COOH$
O
(V)

---

(1) Stuart et coll., *J. Am. chem. Soc.*, 68, 1946, p. 729.
(2) Horeau, Thèse université de Nancy 1933.
(3) Bachmann et Struve, *J. Am. chem. Soc.*, 63, 1941, p. 2589.

mais cet ester β-cétonique s'ouvre sous l'action de la soude pour donner un acide heptane tricarboxylique (VI) : F 120°; Tr. C 51,9; H 7,0; calc. C 51,8; H 6,95 pour $C_{10}H_{16}O_6$. Masse moléculaire calculée 232; trouvée par acidimétrie 230,4 (pour un tri-acide).

$$\begin{array}{c} COOH-CH_2-CH_2-CH_2-CH-CH_2-CH_2-CH_2-COOH \\ | \\ COOH \\ \text{(VI)} \end{array}$$

De la même manière l'action de l'éthylate de sodium conduit au triester correspondant.

Nous avons donc employé une autre méthode : la condensation du γ-bromobutyrate d'éthyle sur le malonate d'éthyle sodé fournit le butane tricarboxylate d'éthyle (VII), $É_{18}$ 179-182°, déjà connu et dont la saponification fournit l'acide correspondant, F 130°. L'action d'une nouvelle molécule de γ-bromobutyrate d'éthyle sur le triester (VII) en présence de la quantité théorique de sodium dans l'alcool rigoureusement absolu conduit au tétraester nouveau (VIII) ou heptane tétracarboxylate d'éthyle $É_{20}$ 235°-238°, F 28°,5-29°. Tr. C 58,9; H 8,2; Calc. C 58,8; H 8,3 pour $C_{19}H_{32}O_8$.

$$\begin{array}{c} COOC_2H_5 \\ | \\ COOC_2H_5-CH_2 \quad CH_2-CH_2-CH \\ | \\ COOC_2H_5 \\ \text{(VII)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} COOC_2H_5 \\ | \\ COOC_2H_5-CH_2-CH_2-CH_2-C-CH_2-CH_2-CH_2-COOC_2H_5 \\ | \\ COOC_2H_5 \\ \text{(VIII)} \end{array}$$

Par saponification on obtient un acide heptane-tétracarboxylique, insoluble dans l'éther, notablement soluble dans l'eau : Tr. : C 47,8; H 5,7; Calc. C 47,8; H 5,8 pour $C_{11}H_{16}O_8$. Masse moléculaire calculée 276, trouvée par acidimétrie 277 (pour un tétracide). Cet acide malonique n'a pas de point de fusion et perd, à partir de 130°, la quantité théorique de gaz carbonique pour donner l'acide heptane tricarboxylique (VI), déjà obtenu par la voie indiquée ci-dessus. En raison de cette grande instabilité, la cyclisation en dicétone bicyclique doit se faire avec de grandes précautions : on ajoute un excès d'anhydride acétique au tétraacide et porte à 60° maximum; après une douzaine d'heures on distille sous pression réduite au bain-marie à 60° l'acide acétique qui a pu se former et l'on ajoute un volume égal d'anhydride acétique. On recommence plusieurs fois l'opération et le tétraacide finit par se dissoudre complètement en se transformant en dianhydride. On évapore alors complètement sous vide et l'on obtient une résine très épaisse, en grumeaux qui se dépo-

lymérise lentement par chauffage sous vide à 250° pendant une heure. Il se forme peu à peu une huile foncée, mais fluide qui se décarboxyle et la dicétone incolore passe à 125-130°/22^{mm}. Rdt : 40 %. C'est un solide, F 41°-42°, gros cristaux (éther de pétrole).

Tr. C 70,9; H 7,95; Calc. C 71,0; H 7,95 pour $C_9H_{12}O_2$. Dioxime F = 234-235° (fines aiguilles). Tr. N, 15,7; calc. N, 15,4 pour $C_9H_{14}O_2N_2$.

Cette dicétone β est très sensible aux alcalis et l'on peut la titrer à la soude N/10 comme un acide organique. Masse moléculaire trouvée 158,5; Calculée 152. En revenant en milieu acide, on obtient l'acide liquide V qui est le même que celui que l'on obtient par décarboxéthylation de la cétone diester IV. Mêmes esters de *p*-phénylphénacyle, F 75°-76°. Tr. C 75,6; H 6,4; Calc. C 75,8; H 6,6 pour $C_{23}H_{24}O_4$.

Ce dicéto 2-2′ spirodicyclopentane ne possède pas de carbone asymétrique, mais est théoriquement dédoublable. Malgré sa fragilité, des essais sont en cours pour son dédoublement optique.

GÉOLOGIE. — *Le Pliensbachien autour du Morvan.* Note de M. **René Mouterde**, transmise par M. Gaston Delépine.

L'étude des faciès de chaque étage autour du Morvan permet de se faire une idée de l'état de submersion où se trouvait le massif ancien au cours du Lias. Pendant le Pliensbachien, au sens français du terme, j'ai constaté une répartition remarquable des faciès marneux et calcaires.

1. Sur les bordures Ouest, Nord et Nord-Est règne un faciès marno-calcaire assez épais et uniforme.

A l'Ouest, c'est le niveau des calcaires à ciment de Corbigny : au-dessus d'un Lotharingien supérieur marno-calcaire à *Euechioceras* sp., *Deroceras* sp., viennent 9^m de marnes alternant avec des calcaires marneux; on peut y distinguer de bas en haut : 1° une zone à *Uptonia Jamesoni* Sow. avec *Phricodoceras Taylori* Sow. à la base et l'espèce indice au-dessus; 2° une zone à *Tragophylloceras Ibex* avec de nombreux *Acanthopleuroceras* et *Tropidoceras* à la base et, plus haut, *Liparoceras* sp., *Beaniceras* sp.; 3° une zone à *Prodactylioceras Davœi* : un horizon inférieur à nombreux *Ægoceras*, *A. maculatum* Y. et B., *Æ. latæcosta* Sow. est recouvert par un lit de quelques centimètres de *P. Davœi* Sow. puis par des *Ægoceras* associés à des *Oistoceras*. Les Ammonites sont généralement accumulées à la surface de certains bancs. Les Bélemnites sont abondantes dans toutes les couches comme d'ailleurs dans les autres faciès.

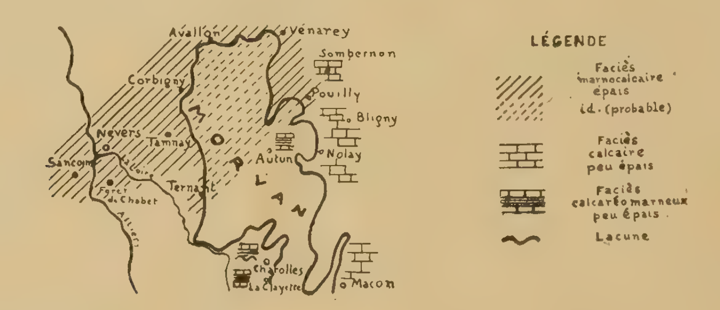
---

(1) *C. R. Somm. S. Géol. Fr.*, 1946, p. 325.
(2) Collenot, *Géologie de l'Auxois*, p. 257-261.

Ce type marno-calcaire est constant dans toute la région nivernaise : Tamnay, Anlezy, Forêt de Chabet (sondage 12^m) et à Ternant, en lisière du Morvan.

Plus à l'Ouest l'étage, toujours marneux, s'épaissit (20^m ou davantage); les Ammonites pyriteuses sont fréquentes près de Sancoins et dans les gisements classiques du Cher, Les Cottards, le Bois de Trousse, dont la stratigraphie détaillée n'est plus possible aujourd'hui.

Sur la bordure Nord, j'ai décrit [1] ce même faciès en détail à Avallon où il a une puissance de 9^m. Au Nord-Est, il constitue les calcaires à ciment de Vénaray (10^m) qui se poursuivent le long du canal de Bourgogne jusqu'à Pouilly [2]. On le trouve encore, plus au Sud, mais immédiatement à l'Est du massif ancien, à Manlay (7 à 8^m).



Dans ces régions, les marnes et les calcaires marneux tendres alternant correspondent, comme le confirme la faune de Foraminifères, à une accumulation de boues dans une zone calme du plateau continental; un rythme dans le dépôt expliquerait la localisation des Ammonites en certains lits.

2. A une plus grande distance à l'Est du Morvan et dans tout le Sud-Est règne un faciès calcaire peu épais.

A Sombernon, l'étage est très réduit : 1 ou 2 bancs de 10 à 15^{cm} de calcaire marneux gris compact à oolithes à patine noire ; ils renferment à la fois *Asteroceras obtusum* Sow (remanié), *Uptonia. Jamesoni* Sow., *Prodactylioceras Davœi* Sow., *Amaltheus margaritatus* Montf.

Près de Bligny-sur-Ouche, la série est un peu épaisse (1 à 2^m) : à la base, calcaire marneux à petites oolithes à patine noire avec *U. Jamesoni* Sow. et au sommet marnes et calcaires marneux à *P. Davœi* Sow.

A Nolay, on observe à la base, sur 2^m, un calcaire crinoïdique avec oolithes recristallisées à patine brune renfermant *U. Jamesoni* Sow., *U. venustula* Dum., puis *Tropidoceras Demonense* Gem., *T. Futtereri* Spath et, au-dessus, 1^m environ de calcaire marneux et de marnes à *P. Davœi* Sow. et *Ægoceras*.

A Curgy, près d'Autun, l'étage est formé de 2^m de marnes et calcaires marneux, la base peu fossilifère contient de petites oolithes ferrugineuses; la partie supérieure est datée par *P. Davœi* Sow.

Dans le Mâconnais, on retrouve le type de Nolay, mais la zone supérieure à *P. Davœi* est plus réduite ($0^{m},40$) et plus calcaire.

Au Mont-d'Or lyonnais, le Pliensbachien, toujours peu épais, 1 à 3^{m} selon les points, comprend le *Lias rouge* et le *Lias à Belemnites* des anciens auteurs. C'est un calcaire marneux brun ou rouge qui renferme souvent des croûtes ferrugineuses ou des oolithes ferrugineuses, mais toutes les zones sont présentes : *U. Jamesoni* Sow., *Acanthopleuroceras Valdani* d'Orb., *Tropidoceras Masseanum* d'Orb., *Prod. Davœi* Sow.

3. Au Sud du Morvan, près de Charolles, notre étage, formé de marnes et de calcaire marneux, garde une faible épaisseur (1 à 2^{m}); les zones inférieures sont très réduites, parfois elles manquent totalement (Tortecelle, commune de Champlécy); je n'ai rencontré aucune *Uptonia* dans la région. Près de la Clayette, la série toujours calcaréo-marneuse et peu épaisse (1 à 2^{m}) est cependant complète, toutes les zones sont représentées.

En résumé, au Pliensbachien, les bordures Ouest et Nord du Morvan et une étroite lisière à l'Est montrent des dépôts de type marneux épais qui semblent indiquer une zone calme de la plateforme continentale; le Morvan devait être entièrement submergé. Au contraire, au Sud et à quelque distance à l'Est, les dépôts sont peu épais et calcaires, un peu plus marneux vers le Sud; dans les deux zones inférieures on observe fréquemment des oolithes ferrugineuses ou non, des croûtes ferrugineuses, des lacunes plus ou moins importantes qui révèlent une instabilité et une plus grande agitation des eaux. C'est là que devait se situer le domaine des courants et peut-être les hauts fonds. Cette disposition est déjà esquissée au Lotharingien supérieur qui est plus marneux et plus épais à l'Ouest qu'à l'Est.

MÉTALLOGÉNIE. — *Découverte de wolfram microscopique dans les assises minéralisées de la Loubatière (Montagne Noire). Sa signification pour la métallogénie du gisement plombeux.* Note de M. **Henri Vincienne**, transmise par M. Albert Michel-Lévy.

Le gisement se trouve dans une épaisse lentille calcaire, partiellement dolomitique, intercalée dans les schistes cristallins, attribués au Géorgien. L'ensemble est recoupé par le granite des Martys, qui forme les massifs de la Forêt de la Loubatière et de la région de Lacombe, à l'Est et à l'Ouest du gîte. Le gîte exploité consiste en galène, faiblement argentifère, accompagnée d'une petite quantité de blende, apparaissant souvent comme de haute température, avec chalcopyrite, pyrite, marcasite, pyrrhotine et très peu de quartz tardif [1]. Il est interstratifié dans un horizon assez constant et continu, épais d'un mètre au maximum, de la série calcaire et plonge régulièrement vers l'W et le NW, au plus de 30°.

---

[1] Le mispickel a en outre été observé dans les assises du mur.

Le wolfram a été découvert au mur du gîte, dans les couches inférieures, un peu schisteuses, de la série calcaire (galerie de la poudrière). Il est en inclusions, monocristallines généralement, de quelques centièmes à quelques dixièmes de millimètre, qui ne sont bien observables qu'aux forts grossissements. Il a été caractérisé en section polie par sa dureté, son faible pouvoir réflecteur, sa coloration gris beige en lumière naturelle, sa vive anisotropie, son polychroïsme, visible dans quelques plages à structure d'agrégat. Les réflexions internes du minéral, quoique rares, ne sont pas absentes. La détermination du wolfram a été contrôlée par une analyse spectrographique, effectuée au Laboratoire de Chimie de l'École des Mines, sous la direction de M. Boullé, sur la poudre prélevée dans les plages à wolfram de la section polie. Le spectre obtenu contenait les raies ultimes du tungstène, nettes, quoique faibles, notamment les raies 3215,7; 2947,1; 2944,5; 2896,5; 2831,5; 2724,4; 2681,5. En outre il a montré l'existence du titane. Une autre analyse spectrographique, effectuée au Laboratoire de Chimie du *B. R. G. G.*, sur le résidu enrichi par traitement chimique de l'échantillon, a confirmé la présence du tungstène, en faible quantité.

Les plages de wolfram sont associées, dans les lits schisto-calcaires, à des inclusions de pyrrhotine, assez abondante, de pyrite. parfois de chalcopyrite, de marcasite, de blende et de sphène. Elles apparaissent comme corrodées par des produits d'altération peu réfléchissants et sont parfois chemisées par du sphène bien caractérisé; l'analyse spectrale a d'ailleurs confirmé la coexistence du titane et du tungstène dans la poudre prélevée sur les plages de wolfram. Il y a là une curieuse convergence de formes avec les aspects d'altération de l'ilménite en sphène. D'autre part, au voisinage immédiat des strates à wolfram et à minéralisation sulfurée, on peut observer des veinules quartzeuses à grandes biotites, et des lits à biotite, muscovite, amphibole incolore du groupe pargasite-hornblende, sphène, tourmaline.

L'association intime, dans les mêmes lits schisteux, des sulfures avec le wolfram et avec des minéraux de métamorphisme, tels que le sphène, semble indiquer que ces divers minéraux appartiennent à la même paragenèse et qu'ils sont en liaison avec le métamorphisme granitique — le granite hercynien des Martys affleure à 800^{m} environ et peut-être est-il plus proche en profondeur. Et, bien que nous n'ayons pas observé de wolfram dans les couches exploitées, il est probable que ces couches appartiennent également à la même paragenèse, d'autant plus que la minéralisation sulfurée s'y trouve en étroite relation avec de la phlogopite, de la biotite, de l'amphibole du groupe pargasite-hornblende, du pyroxène et de la tourmaline.

Ces observations, et d'autres, qui seront exposées ailleurs en collaboration avec E. Raguin, indiquent un métamorphisme intense de la série schisto-calcaire de la Loubatière, lié à l'auréole des intrusions granitiques environnantes, et non au front des migmatites de la Montagne-Noire, et montre une connexion

étroite entre ce métamorphisme et le gisement plombo-zincifère exploité. Celui-ci serait, non hypothermal, comme E. Raguin et moi-même l'avons exprimé dans une Note antérieure ([2]), mais *pyrométasomatique* dans le calcaire et directement émané des contacts granitiques voisins. L'absence presque totale des gangues hydrothermales habituelles, en dehors de la calcite et de la dolomie provenant de la roche encaissante, corrobore cette hypothèse. Le gisement de la Loubatière semble donc appartenir à un type métallogénique, inconnu jusqu'ici en France.

D'autres gisements métalliques du versant Sud de la Montagne-Noire, bien que filoniens et hydrothermaux, font partie du même cortège de manifestations consécutives à la mise en place du granite hercynien; celui de Salsigne-Villanière, en particulier, hypothermal, s'apparente bien, par la présence du wolfram, que nous y avons déjà signalé ([3]), au même complexe métallogénique.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Le minimum barométrique de Saint-Raphaël et le climat du littoral Sud-Est méditerranéen.* Note (*) de M. E. **Rougetet**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

On attribue généralement en France l'avantage climatique dont jouit la Côte d'Azur à l'écran des Maures et de l'Estérel qui paraissent la préserver des perturbations atlantiques et aussi du mistral.

En réalité cet avantage est surtout le résultat d'un phénomène qui, jusqu'ici, était passé inaperçu par suite de la faible densité des stations d'observations.

Le minimum barométrique de Saint-Raphaël. — Tous les habitués du littoral du Sud-Est, et notamment les pêcheurs, ont pu observer le contraste entre le climat de Nice et celui de Marseille, dont la ligne de démarcation paraît se situer aux environs du méridien de Saint-Raphaël (*fig.* 1).

Le ciel généralement clair ou peu nuageux prédomine à l'Ouest de cette localité où souffle le mistral, tandis qu'à l'Est le temps se couvre, et devient menaçant avec vents d'ESE ou de SE accompagnés de pluie en hiver et d'averses orageuses en été.

L'étude des cartes isobariques montre l'existence vers Saint-Raphaël d'un minimum barométrique qui est à l'origine de ces brusques changements de temps et qui régit d'une façon très marquée la climatologie du Sud-Est et plus particulièrement celle de la Côte d'Azur entre Toulon et Nice.

La formation de ce minimum est d'origine à la fois dynamique et thermique.

Lorsque le flux atlantique, après l'escalade des Cévennes, redescend plus sec et plus froid sous forme d'un mistral irrégulier, s'engouffrant dans la voie

(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1953.
(3) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 1114.

(*) Séance du 13 juin 1949.

naturelle offerte par la vallée du Rhône pour aller combler la dépression méditerranéenne, il se produit à l'Est de cette énorme masse d'air en mouvement rapide, une succion qui tend à faire participer, par friction, les filets d'air de la zone calme au flux général.

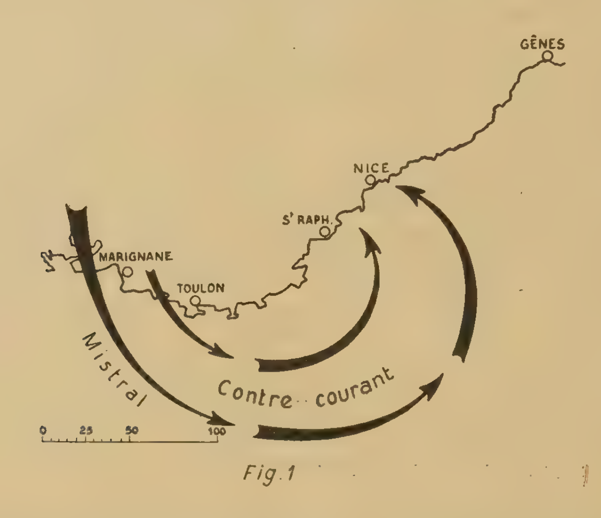


Fig. 1

Ce phénomène, peu décelable à l'échelle atmosphérique, est par contre bien visible dans les souffleries et mieux encore, dans le lit des fleuves où il est parfaitement matérialisé.

La succion de l'air calme vers le grand courant du mistral détermine en effet une dépression dynamique, dans la plaine de Saint-Raphaël-Fréjus (*fig.* 2).

A ce jour s'ajoute l'influence de l'insolation, accentuant encore le minimum pour donner naissance d'un flux à composante ESE à SE.

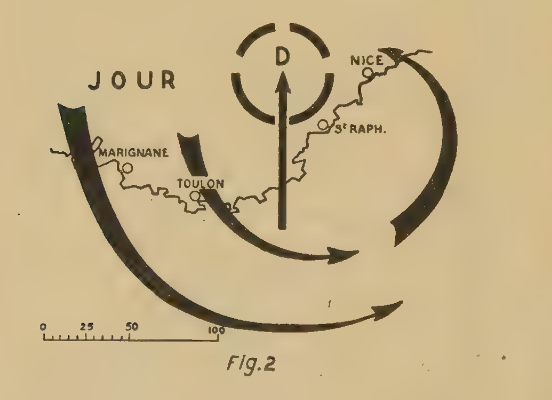


Fig. 2

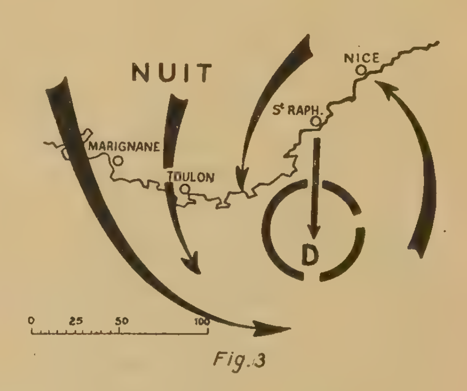


Fig. 3

Il est piquant de constater que l'origine de ce flux humide n'est autre que le mistral lui-même qui, sec et frais jusqu'à Toulon, s'étale au large où il se charge d'humidité et, contournant le minimum de Saint-Raphaël revient, sous forme de branche dérivée du courant général.

Son contact avec les reliefs côtiers donne naissance par détente à des

formations nuageuses, dont la limite vers l'Ouest est fixée par le souffle du du mistral. Il n'est pas rare alors d'observer à quelques kilomètres seulement à l'Est et à l'Ouest de Saint-Raphaël un temps radicalement différent.

L'action solaire exagère, pendant le jour, la profondeur du minimum; la nuit, elle en modifie la position, le refroidissement de la terre amenant un décalage vers le Sud.

Ces déplacements du minimum barométrique vers la terre le jour et vers la mer la nuit déterminent des changements dans la physionomie locale du ciel et sont à l'origine de ces brusques sautes de vent dont les conséquences furent parfois tragiques pour de petites embarcations.

Ils provoquent même à Toulon des différences marquées dans la direction et la force du mistral. Si le minimum est sur terre, dans la journée, le mistral aura une composante plus Ouest et, étant moins freiné par la chaîne montagneuse du Faron et du Coudon, se manifestera d'une façon plus brutale. Vers le soir, au moment où la terre commence à se refroidir, le minimum glissant vers la mer, le mistral aura de ce fait une composante plus Nord et, après avoir augmenté, faiblira, car le flux de N-NW et NE est atténué par le relief, compte tenu d'ailleurs de l'affaiblissement thermique nocturne (*fig.* 3).

La transition de la zone du mistral à celle du vent d'Est ou de SE est sensible pour un observateur au sol par la brusque rotation du vent qui change de cap. Elle se matérialise dans toute son ampleur, pour les aviateurs de la base aéronavale de Saint-Raphaël, qui voient les lignes de flux frangées d'écume délimiter sur la mer la discontinuité entre le mistral, et le contre-courant de SE.

Sans entrer dans le détail des statistiques, notons que le climat est plus sec à l'Ouest de Saint-Raphaël qu'à l'Est, où les vents de SE prédominent. Même différence de nébulosité. La température, elle-même, est plus élevée à l'Est de Saint-Raphaël qu'à l'Ouest où le mistral fait encore sentir son action.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur la vitesse de propagation de la houle.*

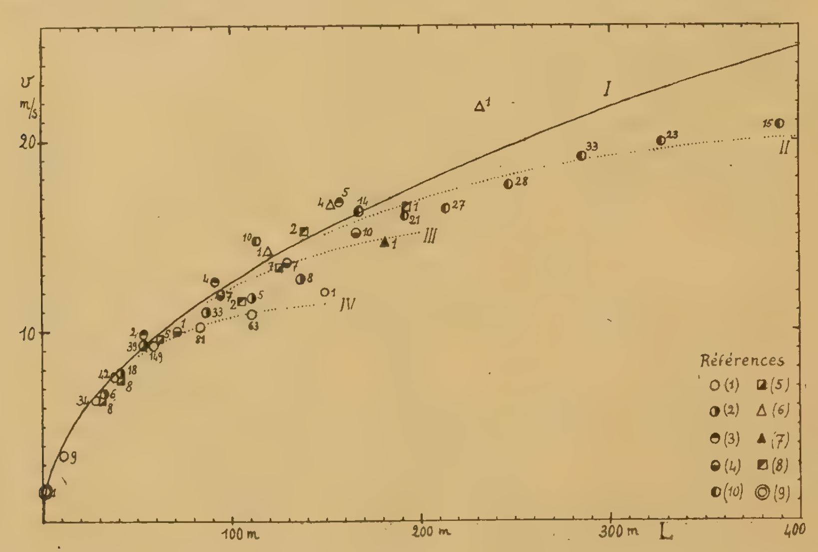
Note de M. **Pierre Bernard**, présentée par M. Charles Maurain.

Les observations internationales de la houle, organisées, sur l'initiative de G. Roux, du 14 au 19 novembre 1938, et qui ont été récemment publiées [1] ne vérifient les formules de Gerstner $L = gT^2/2\pi$ et $v = gT/2\pi$, que pour les périodes inférieures à 7 secondes; au delà les éléments moyens L et v présentent un écart important par défaut, dont les erreurs de mesure ne fourniraient pas une explication suffisante, car des navires différents ont simultanément observé dans la même région, avec de grandes périodes, des longueurs d'onde du même ordre, inférieures à la valeur théorique [(1) p. 25].

---

(1) Koninkl, *Nederl. Meteorol. Inst.*, 126, 1946, p. 28.

A la suite de cette constatation, j'ai examiné les mesures antérieures de la houle. Elles ont été, suivant les valeurs croissantes de la longueur d'onde, réparties en groupes dont la vitesse de propagation v et la longueur d'onde L moyennes ont été calculées et portées sur le graphique ci-dessous : pour les longueurs d'onde supérieures à 60^{m}, les valeurs de v se placent, dans leur grande majorité, au-dessous de la courbe $v=\sqrt{gL/2\pi}$, sauf pour quelques cas isolés dont il sera question plus loin.



Courbe I : $v^2=\dfrac{gL}{2\pi}$; courbes II, III, IV : $v^2=\dfrac{gL}{2\pi}\,\text{th}\,\dfrac{2\pi h}{L}$, avec $h = 50^{m}, 30^{m}, 15^{m}$, respectivement.
Auprès de chaque point est indiqué le nombre d'observations qu'il représente.

L'allure des séries d'observations fait songer à une propagation en eau peu profonde pour laquelle la vitesse serait donnée par $v^2=(gL/2\pi)\,\text{th}(2\pi h/L)$, ceci bien que les mesures aient toutes été faites au large; il est même possible, en calculant h, profondeur de l'eau qui correspond à l'écart des observations avec la valeur de v en eau profonde, d'arriver pour chaque série à des valeurs concordantes :

(2) ARAGO, *Ann. hydrogr.*, 2e série. 1916, p. 19-46.
(3) Observations de PARIS sur le *Jean Bart*, *Rev. marit. colon.*, 42, 1874, p. 646 (mers de vent).
(4) *Ibid.*, p. 645 (observations de houle libre).
(5) GASSENMAYR, *Mitteil. a. d. Geb. Seewesens*, Pola, 24, 1896, p. 190.
(6) ABERCROMBY, *Philos. Mag.*, 25, 1888, p. 263.
(7) SCORESBY, *British. Ass. Adv. Sc.*, Rep. 1850, Meeting, suppl. p. 26.
(8) Observations de la *Gazelle* d'après KRUMMEL, *Hadb. d. Ozeanogr.*, vol. II, p. 41.
(9) CORNISH, d'après SVERDRUP et MUNK, *H. O. Publ.*, 601, 1947, p. 40, ligne 114.
(10) Étude sur l'agitation microséismique, *Ann. Inst. Phys. Globe*, 19, Paris, 1941, p. 38.

Série (1)	L	60^m	84^m	112^m	150^m
	h	$15^m,5$	$14^m,9$	$14^m,9$	$17^m,2$

Série (2)	L	87^m	112^m	137^m
	h	$19^m,5$	$18^m,8$	$21^m,6$

Série (4)	L	95^m	130^m	166^m
	h	$28^m,9$	$33^m,8$	$36^m,8$

Série (10)	T	12^s	13^s	14^s	15^s	$16^s,5$	$18^s,8$
	L	192^m	214^m	247^m	286^m	328^m	390^m
	h	$39^m,4$	$38^m,4$	$44^m,5$	$52^m,5$	$54^m,1$	$54^m,6$

Ces valeurs de h appellent un rapprochement avec la présence, à des profondeurs variables, le plus souvent de l'ordre de 20 à 40^m, parfois 80^m et plus, de discontinuités, ou plus exactement de gradients verticaux très marqués de la densité de l'eau, qui séparent des couches d'eau de caractéristiques différentes (11). Les observations conduisent donc à admettre qu'une influence analogue à celle d'un fond solide peut être exercée sur la houle de surface par les transitions internes de la masse d'eau.

Pour les houles de grande période observées sur la côte du Maroc, l'étude de leur intervalle de temps avec l'agitation microséismique avait conduit à des valeurs de la vitesse qui n'étaient pas proportionnelles à la période (10). L'hypothèse précédente explique cette anomalie apparente. Au contraire, l'effet Doppler, correspondant au déplacement par rapport à l'observateur des dépressions origine de la houle, donne des vitesses de cette dernière proportionnelles à la période [(10) p. 44]. On conçoit aisément que dans la zone des perturbations atmosphériques, la stratification régulière de la mer puisse être détruite par l'agitation désordonnée des éléments, et que les caractéristiques de la houle y soient alors celles de la propagation en eau profonde.

Cette remarque rendra compte des vitesses observées par Pâris pour les *mers de vent* (3), plus élevées que pour la houle (4), ainsi que des observations de la *Gazelle* (8) et d'Abercromby (6) faites au cours de violentes tempêtes. Dans ce dernier cas on devrait encore, pour des vagues très hautes, tenir compte de la correction de Stokes (12) qui correspond à une légère augmentation de la vitesse théorique.

Il semble, en résumé, qu'il soit nécessaire de tenir compte, dans l'étude de la transmission de la houle à longue distance, de la structure stratifiée des eaux océaniques.

---

(11) P. Bernard, *Les marées internes* (*Ann. Inst. Océanogr.* Paris, 22, 1945, p. 145-192).
(12) *Trans. Cambr. Phil. Soc.*, 8, 1844, p. 450.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Le noyau et la mitose chez* Limodorum abortivum. Note de MM. **Georges Malvesin-Fabre** et **Jean Eymé**, transmise par M. Pierre Dangeard.

L'étude caryologique des *Limodorum abortivum*, orchidée indigène saprophyte et symbiotique à racine charnue, était intéressante à entreprendre. La rencontre d'une colonie suffisante nous en a fourni l'occasion.

Dans le parenchyme radical, le noyau *acinétique* présente une structure granulo-réticulée très dense avec de très nombreux chromocentres nodaux et, çà et là, quelques empâtements du réticulum, sortes d'ébauches de chromocentres composés. Parfois, des granulations chromatiniennes jalonnent les tractus du réticulum. Le nucléole est très gros, les nucléoles secondaires rares. La double coloration de Yu montre, en outre, la forte densité du granulo-réticulum, l'extrême rareté des chromocentres principaux, l'existence fréquente d'un corpuscule chromatinien juxta-nucléolaire et celle d'une auréole périnucléolaire occupée par un réticulum Feulgen-positif assez lâche avec épaississements nodaux.

Dans le méristème radical, le noyau *intermitotique* possède un granulo-réticulum très fin et clair avec très peu de chromocentres nodaux, mais de nombreux chromocentres bien individualisés, la plupart situés au contact de la membrane nucléaire. Volumineux, subglobuleux, ils sont structurés et unis en un réticulum principal très net. Le nucléole est volumineux et les nucléoles secondaires sont rares. La double coloration de Yu, montre en outre l'intense chromaticité des chromocentres principaux, la présence d'une faible auréole périnucléolaire à fine structure Feulgen-positive et celle de corpuscules chromatiniens juxta-nucléolaires.

Au début de la mitose *en préprophase*, les chromosomes se forment à partir des chromocentres principaux et par la fragmentation du réticulum épaissi; certains peuvent apparaître groupés en bouquet autour d'un nœud central.

En *prophase*, les chromosomes sont d'abord des bâtonnets assez minces et tortueux, puis ils se raccourcissent en s'épaississant sur place. En fin de prophase, la plupart sont très courts et larges. Certains restent relativement allongés, courbes, avec parfois une constriction subterminale. Tous offrent déjà un début de clivage. On constate une chromaticité plus intense du chromosome accolé au nucléole qui perd graduellement sa sidérophilie et cela irrégulièrement pour les divers points de sa masse.

En *prométaphase*, le clivage s'affirme sur les chromosomes groupés dans la région juxta-équatoriale.

En *métaphase*, la plaque équatoriale est d'épaisseur assez régulière. En vue polaire, elle est dense; les chromosomes sont gros, épais, très courts, un petit nombre assez longs, courbés, avec les extrémités renflées, globuleuses. On en

compte $2n = 64$. A partir de l'effacement du nucléole et par la méthode de Yu les chromosomes ont une teinte mixte, assombrie par un mélange de fuchsine et d'hématoxyline.

En *anaphase*, certains chromosomes fils présentent un retard variable. *Le tassement polaire* s'effectue en deux masses d'aspect subrectangulaire avec quelques expansions périphériques formées par les extrémités des chromosomes retardataires. La double coloration de Yu montre dans chaque masse polaire la diffusion uniforme de la substance nucléolaire tandis que par la réaction nucléale de Feulgen employée seule, les chromosomes sont peu discernables, empâtés dans un magma homogène Feulgen-positif.

En télophase, dans chacun des noyaux fils, apparaissent deux ou rarement trois nucléoles élémentaires disposés symétriquement. Les chromocentres apparaissent au milieu d'un ensemble granuleux avec quelques travées perpendiculaires au plan équatorial. Puis ils grossissent, deviennent subglobuleux et les travées chromatiniennes sont de plus en plus irrégulières. Entre temps, dans chaque noyau fils un nucléole se résorbe tandis que l'autre s'accroît. Les nucléoles subsistant sont symétriques par rapport au phragmoplaste.

En post-télophase, les chromocentres principaux se précisent les premiers, puis le reste du matériel chromatinien s'organise en un granulo-réticulum distinct.

Anomalies de la mitose : Il arrive qu'il n'y ait pas formation d'un phragmoplaste et les deux noyaux fils sont alors très rapprochés au milieu d'une zone cytoplasmique dense au centre de la cellule qui reste désormais binucléée.

L'ensemble de nos constatations vient compléter l'important travail de Mme Eftimiu-Heim sur la caryologie des orchidées (1941) dans lequel le *Limo dorum* n'avait fourni qu'un matériel insuffisant pour ses recherches.

Au point de vue caryologique, *Limodorum abortivum* entre bien dans la catégorie des orchidées à racines hypogées, où le noyau présente généralement une structure granulo-réticulée avec chromocentres ainsi que l'indiquait Mme Eftimiu-Heim, mais ici les chromocentres sont particulièrement nets et de forte taille. Parmi les 64 chromosomes (numération inédite) 58 sont très courts et 6 seulement un peu plus longs. Ce nombre et ce dimorphisme dans la taille des chromosomes éloignent cette espèce du *Neottia nidus-avis*, mais le dimorphisme chromosomique la rapproche de *Listera ovata* et de divers *Cephalanthera*.

ANTHROPOLOGIE. — *Principaux caractères anthropologiques du squelette quaternaire de Memer (Aveyron).* Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

M. Louis Marin, Directeur de l'École d'Anthropologie, a bien voulu me confier l'étude d'un squelette humain trouvé dans les conditions ci-après.

M. Delhon, au cours du forage d'un puits à Memer, commune de Vailhourles (Aveyron), rencontra des ossements qui gisaient à $1^m,60$ de profondeur, dans des argiles marneuses d'âge jurassique : il s'agit donc d'une sépulture. De ce squelette, endommagé par les carriers, il subsiste, à l'état fragmentaire, la tête osseuse et des os des membres.

Sur l'endocrâne, la suture lambdoïde, soudée dans sa partie principale, libre encore dans sa partie astérique, montre que ce sujet, âgé de 42 ans, au moins, n'avait pas atteint 47 ans (W. Todd). Le développement des apophyses mastoïdes implique le sexe masculin. Bien que nous ne possédions, en entier, aucun des os longs des membres, il est certain que l'Homme de Memer était robuste et de grande taille.



Crâne de l'Homme quaternaire de Memer (Aveyron) vu par sa face latérale droite. — Au niveau des fractures, la ligne de contour est en pointillé. — St., stéphanion; Ast., astérion. $^1/_3$ de la grandeur naturelle.

Il se rapproche surtout de l'Homme de Chancelade par sa dolichocéphalie et une série de caractères primitifs; en particulier : sur le *malaire*, la présence de l'apophyse marginale; sur le *maxillaire inférieur*, la largeur considérable de la branche montante, l'allongement de la fossette digastrique, le grand développement de la troisième molaire; dans la région supérieure du *cubitus*, une courbure très accusée à concavité antérieure; sur le *fémur*, une courbure de l'os à concavité postérieure, beaucoup plus forte qu'à l'ordinaire; sur l'*astragale*, l'écartement de la tête, qui indique un écartement considérable du premier orteil.

Certaines dispositions permettent même un rapprochement avec les Hommes néanderthaliens, telles : la largeur du frontal, sa brièveté et sa faible courbure sagittales, la saillie des arcades orbitaires, la présence d'une fossette génienne supérieure.

Enfin, quelques caractères sont déjà ceux des Hommes actuels : le développement de l'écaille temporale, celui de l'apophyse mandibulaire, surtout.

Notre fossile s'éloigne des Négroïdes de Grimaldi par la forme de son crâne, du vieillard de Cro-Magnon, par son indice orbitaire.

Comme l'a noté F. Weidenreich, l'évolution de l'Humanité semble avoir été continue, du Pithécanthrope aux Hommes actuels. A ce point de vue, l'Homme de Memer est du plus haut intérêt : il établit une sorte de transition entre l'*Homo neanderthalensis*, d'une part, la race de Chancelade, d'autre part, certains de ses traits laissant déjà prévoir l'ostéologie des Hommes modernes. De ces caractères anatomiques, on peut déduire que notre fossile a, sans doute, été l'un des contemporains des Artistes de l'Aurignacien qui, à une vingtaine de kilomètres de Memer, dans la Grotte du Pech-Merle, réalisèrent les peintures remarquables que l'on sait (A. Lemozi, 1929).

ENTOMOLOGIE. — *Le développement des neutres chez les Termites supérieurs* (Termitidæ). II. Nasutitermitinæ. Note de M. **Charles Noirot**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

Morphologiquement très évolués, comme en témoigne la différenciation de leurs soldats, les *Nasutitermitinæ* présentent un schéma de développement qui se rattache facilement à ceux que nous avons décrits antérieurement [1], mais avec d'importantes variations suivant les genres.

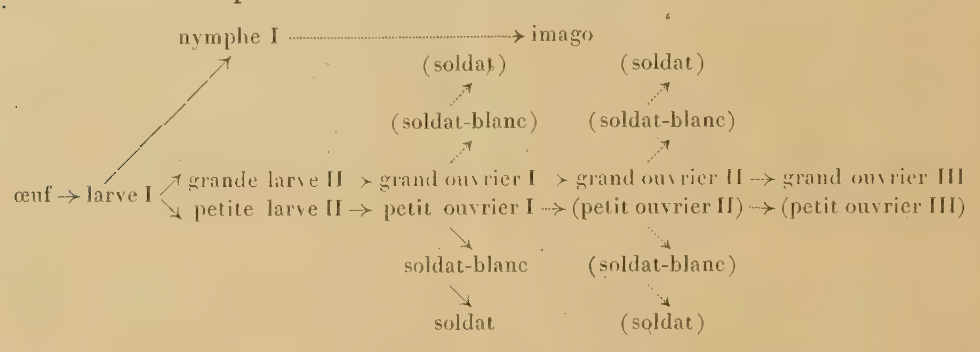
Le genre *Nasutitermes* se rapproche beaucoup des *Microcerotermes*. Nos études ont porté sur *N. arborum* Smeath. La mue des larves du 1er stade produit d'une part des nymphes, d'autre part deux sortes de larves du 2e stade, les plus petites étant à l'origine des petits ouvriers, les plus grandes des grands ouvriers. Dans une colonie normale, l'analyse biométrique permet de reconnaître trois catégories de grands ouvriers, différant par la longueur des pattes et des antennes, et par la chitinisation plus ou moins accentuée, les plus chitinisés ayant les pattes et antennes les plus longues. Les petits ouvriers, au contraire, représentent une catégorie homogène. Les élevages nous ont permis de préciser l'origine et la destinée de chacune de ces quatre catégorie d'ouvriers. Les petits ouvriers muent normalement pour former les soldats blancs (qui à leur tour produisent les soldats); mais quelquefois de cette mue sort un petit ouvrier du 2e stade, qui de la même façon peut donner soit un soldat blanc, soit un petit ouvrier du 3e stade. Ces formes obtenues dans des élevages uniquement formés de petits ouvriers du 1er stade, peuvent se retrouver, en très petit nombre, dans des colonies naturelles.

Les grands ouvriers du 1er stade, reconnaissables à leur tête à peine pigmentée, muent en grands ouvriers du 2e stade, à chitinisation mieux marquée, puis en grands ouvriers du 3e stade, très pigmentés. Dans des élevages composés uniquement de grands ouvriers, des soldats-blancs et des soldats de taille un peu supérieure à la normale peuvent apparaître, provenant

(1) *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 600-602.

de grands ouvriers du 1er et du 2e stade. Cette production de soldats à partir de formes qui normalement n'en produisent pas, ainsi que la formation de petits ouvriers des 2e et 3e stades, se rattache aux phénomènes de régulation sociale.

Nos observations peuvent se résumer dans le schéma suivant :



Le genre *Trinervitermes* présente deux catégories de soldats de taille et de forme très différentes. Nous n'avons pu étudier ce genre sur le vivant. L'analyse de la population (*T. bettonianus* Sjöst., et *T. rhodesiensis* Sjöst.) semble indiquer l'existence de quatre lignées d'ouvriers de taille différente, la lignée la plus grande présentant seule les trois stades caractéristiques. Nous ignorons l'origine exacte des soldats.

Chez un *Coarctotermes n. sp.*, étudié uniquement sur matériel fixé, le développement paraît très analogue à celui de *Nasutitermes*, à cela près que nous n'avons pu mettre en évidence que deux catégories de grands ouvriers, ceux du 2e stade étant en petit nombre. Il semble qu'on assiste au début d'une simplification qui s'accentue dans d'autres genres. En effet, chez *Mimeutermes giffardii* Silv., les larves du 2e stade sont toutes semblables. Les ouvriers qui en proviennent muent seulement pour donner des soldats-blancs. Le schéma du développement est donc considérablement simplifié.

œuf → larve I → larve II → ouvrier ↗ soldat-blanc → soldat.

Les faits nous paraissent identiques chez *Eutermellus bipartitus* Sjöst; nous n'y avons trouvé qu'une seule catégorie d'ouvriers, mais n'ayant pas fait d'élevages nous ne pouvons affirmer avec certitude qu'ils sont à l'origine des soldats.

Le terme extrême de cette simplification du développement est atteint dans le genre *Anoplotermes* où soldats et soldats-blancs ont eux-mêmes disparu. Les ouvriers ne sont plus susceptibles de muer. Il reste seulement pour les neutres :

œuf → larve I → larve II → ouvrier.

Fait digne de remarque, ce développement abrégé se rencontre chez les genres qui ont perdu le régime xylophage et sont devenus humivores (*Mimeutermes, Eutermellus, Anoplotermes*); nous retrouverons ce parallélisme dans la sous-famille des *Mirotermitinæ*.

BIOLOGIE. — *Diapause larvaire et macroptérisme chez* Gryllus campestris (*Ins. Orth.*). Note de M. ROBERT SELLIER, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

On sait que le Grillon champêtre (*G. campestris* L.) passe par 10 stades (ou âges) larvaires, avant de parvenir au stade imaginal. Au début du 9e stade, s'effectue le retournement, vers la face dorsale, des ptérothèques, jusque-là latérales. Ce même stade présente une durée beaucoup plus longue (plusieurs mois dans la nature et 35 à 50 jours en élevage à 30°) que les stades précédents et que le stade suivant (1). La prolongation de ce stade larvaire s'accompagne d'une réduction d'activité, d'un arrêt de la croissance pondérale et de diverses particularités physiologiques qui seront précisées ultérieurement et qui nous permettent de considérer l'ensemble de ces phénomènes comme une *diapause*.

Dans une Note antérieure (2), nous avions rendu compte d'expériences préliminaires concernant la rupture de cette diapause et l'obtention corrélative de Grillons macroptères à la suite de l'implantation de ganglions cérébroïdes (3) de larves âgées (10e stade) sur des larves plus jeunes (début du 9e stade). Tous les cas n'étant pas positifs, ces expériences ont été reprises et complétées par d'autres, dans le but de préciser à quel moment du développement les implantations sont les plus actives, notamment en ce qui concerne le macroptérisme.

Deux catégories d'expériences ont été effectuées : *a. Implantation de cérébroïdes de larves âgées sur des larves plus jeunes :* 10e stade sur 9e et début du 9e sur 8e (stade précédant celui de la diapause); *b. Implantation de cérébroïdes de larves jeunes sur des larves plus âgées :* 7e et 8e stades sur début du 9e, et 6e et 7e stade sur 8e.

En ce qui concerne l'inhibition de la diapause et la durée du 9e stade, *dans tous les cas*, les implantations se sont montrées particulièrement actives, la durée du 9e stade variant alors, dans la très grande majorité des cas, de 11 à 17 jours (contre 35 à 50 jours chez les témoins) et s'abaissant même parfois à 9 jours.

Pour le macroptérisme, deux sortes de résultats sont à considérer : 1°, les implantations de cérébroïdes de larves âgées sur des larves plus jeunes se traduisent par l'obtention d'une minorité de macroptères (5 cas positifs sur 30 sujets parvenus au stade imaginal) (4); 2° Les implantations de cérébroïdes

---

(1) La durée des autres stades se répartit (à 30° C) approximativement comme suit : 1er, 2e et 3e stades : de 3 à 4 jours; 4e, 5e et 6e stades : 4 à 6 jours; 7e et 8e stades : 6 à 8 jours; 10e, 10 à 15 jours.

(2) R. POISSON et R. SELLIER, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1074-1075.

(3) Nous entendons par ganglions cérébroïdes, la masse cérébrale proprement dite, à l'exclusion du ganglion frontal, des lobes optiques et du complexe rétro-cérébral.

(4) Nos expériences préliminaires (*op. c.*) portant sur un nombre très restreint de sujets, ce fait explique que les proportions de réactions positives, obtenues alors, n'ont pas la même signification que celles que nous rapportons ici.

de larves jeunes sur des larves plus âgées aboutissent au contraire à l'obtention d'une majorité d'Insectes macroptères (38 cas positifs sur 50 sujets parvenus au stade imaginal). D'une façon générale, la longueur et la largeur des ailes obtenues semblent inversement proportionnelles à la durée du 9e âge.

Les cérébroïdes les plus jeunes seraient donc les plus actifs et le moment le plus favorable pour les implantations se situe au stade précédant le 9e âge, ou au début de celui-ci.

L'ensemble des résultats obtenus permet d'envisager deux explications : la première serait l'existence de deux facteurs émanant des cérébroïdes, ou tout au moins de la région endocrine de ceux-ci, facteur différant l'un de l'autre, mais agissant simultanément dans certaines conditions : un facteur inhibiteur de la diapause [ceci en accord avec les expériences de Williams (5) sur *Platysamia cecropia*] et présent aussi bien chez les larves jeunes que chez les larves plus âgées, et un facteur de croissance de l'aile qui disparaîtrait à partir du déclenchement de la diapause, jusqu'à la fin de la vie larvaire. Ceci expliquerait pour quelle raison des cérébroïdes pris à des larves du 10e et du 9e stade et respectivement implantés sur des larves du 9e et du 8e stade sont très peu actifs quant à la production du macroptérisme, tandis que les cérébroïdes provenant de larves du 6e et du 7e stade ou du 8e stade et respectivement implantés sur des larves du 8e et 9e stade se montrent particulièrement actifs.

La seconde hypothèse serait que les processus physiologiques en rapport avec la diapause et ceux liés au développement des ailes seraient contrôlés par une même sécrétion endocrine *mais à des seuils différents*. L'activité endocrine de cérébroïdes âgés, devenue moins intense, ne suffirait plus à activer le développement alaire, alors qu'elle permet encore la suppression de la diapause. Des expériences en cours nous permettront d'en décider.

Le fait que l'arrêt de croissance de l'aile est corrélatif de l'existence de la diapause se trouve confirmé, d'une part, par l'apparition spontanée et d'ailleurs rare d'adultes macroptères dans les élevages et d'autre part, par l'apparition moins rare d'individus néoténiques, déjà morphologiquement décrits par G. Cousin (6). Ces derniers qui possèdent des ailes et des élytres normalement constituées mais de taille réduite par suite, ainsi que nous l'avons constaté, de l'*omission constante du dernier stade larvaire* et par conséquent du passage plus précoce à l'état imaginal, peuvent être également considérés comme macroptères, en ce sens que leurs ailes dépassent toujours plus ou moins leurs élytres. Or, les uns et les autres n'apparaissent que *parmi les sujets n'ayant exceptionnellement pas subi de diapause*. Il semble donc que le brachyptérisme chez le Grillon champêtre résulte normalement d'un arrêt prolongé du développement au 9e stade larvaire, au cours duquel les ébauches alaires perdraient une partie de leur pouvoir de croissance. Des expériences de transplantation d'ébauches alaires, que nous effectuons actuellement, nous permettront d'apporter prochainement des précisions à ce sujet.

---

(5) *Biol. Bull.*, 90, 1946, p. 234-243 et 93, 1947, p. 89-93.

(6) *Bull. Biol. Fr. Belg.*, 42, 1938, p. 79-118.

GÉNÉTIQUE. — *Étude de la vitalité relative du génotype sauvage* Oregon *et du génotype comportant le gène* Stubble *chez* Drosophila melanogaster. Note (*) de M[lle] **Béatrice Helman**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

On connaît la rareté des mutations dominantes par rapport aux mutations récessives détectées dans les populations sauvages de *Drosophila melanogaster*. La plupart de ces mutations à caractère phénotypique dominant sont liées à un gène létal récessif et doivent par conséquent être rapidement éliminées.

Cependant, j'ai exposé dans une Note précédente ([1]) le résultat d'expérience réalisant l'implantation et la progression du gène de phénotype dominant *Stubble* (Sb), accompagné d'un létal récessif, dans une population sauvage de *Drosophila melanogaster*.

Le niveau d'équilibre qui s'établit entre le génotype Sb/+ et le génotype +/+ permet de déduire la vitalité différentielle des deux génotypes. De la relation $q_0 = (\sigma_2 - \sigma_1)/(2\sigma_2 - \sigma_1)$, q_0 étant la fréquence du gène létal au palier d'équilibre, σ_2 le coefficient de sélection de l'hétérozygote, σ_1 celui de l'homozygote, on obtient une valeur de σ_2/σ_1, coefficient de sélection du génotype porteur de Sb par rapport au génotype porteur de l'allèle sauvage de Sb.

Utilisant l'allèle + de Sb d'une souche sauvage de Provence, σ_2/σ_1 a été ainsi trouvé d'une valeur de 1,06.

Puisque les deux génotypes Sb/+ et +/+ ont manifesté une valeur sélective différente, on doit s'attendre à obtenir dans un croisement un nombre d'hétérozygotes différent du nombre théorique calculé, si les deux génotypes étaient également viables.

Reprenant pour aborder ce problème la méthode expérimentale utilisée par G. Teissier ([2]) dans l'étude des gènes *Curly* et *Dichæte*, j'ai pratiqué des croisements de mâles et femelles en nombre égal, allant de 100 à 300, en maintenant les larves issues de ces croisements dans deux conditions différentes : d'une part en concurrence forte pour l'aliment, sur un godet de 40^{cm^3} de milieu de Pearl ensemencé de levure fraîche, d'autre part en concurrence pratiquement nulle en plaçant le godet de 40^{cm^3} sur lequel des œufs ont été déposés dans un cristallisoir contenant une grande quantité de milieu (150^{cm^3}) à base de levure cuite; on mettra ainsi essentiellement en évidence la mortalité embryonnaire ou la fécondité différentielle.

Toutes les Mouches utilisées dans ces croisements proviennent de populations constituées de génotypes Sb/+ et +/+, l'allèle + de Sb étant celui d'une

---

(*) Séance du 13 juin 1949.

([1]) *C. R. Soc. Biol. Fr.*, 141, 1947, p. 242-244.

([2]) *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 241-244.

souche +/+ différente de celle utilisée dans les expériences précédentes (souche Oregon R. C.) et maintenues à 26°.

Le tableau suivant résume les principaux résultats obtenus :

Croisement.	Concurrence faible. Sb/+.	+/+.	$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$.	Concurrence forte. Sb/+.	+/+.	$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$.
♀ +/+ × ♂ Sb/+	577	529	1,09	1605	597	2,6
♀ Sb/+ × ♂ +/+	682	616	1,1	1619	658	2,6
♀ Sb/+ × ♂ Sb/+	816	377	1,08	141	46	3,06

La valeur du coefficient de sélection différentielle des deux génotypes est donnée ici par le rapport du nombre des hétérozygotes observés à celui que l'on devrait normalement attendre d'après le nombre des individus éclos d'aspect sauvage. On constate que les résultats obtenus ne dépendent pas du sens du croisement, le fait que la ♀ soit Sb/+ ou +/+ n'apportant aucune modification de ce coefficient. La nature du croisement ne semble avoir aucune influence, la valeur de σ_2/σ_1 étant sensiblement la même qu'il s'agisse d'un croisement de Sb/+ entre eux ou de Sb/+ et +/+. Les conditions variables d'élevage des larves mettent en évidence la plus grande aptitude des Sb/+ à lutter dans la compétition pour l'aliment : en concurrence forte le coefficient de sélection différentielle des Sb/+ est de 2,5 à 3,06, traduisant un avantage marqué sur les larves +/+. En concurrence faible, les Sb/+ ont encore une légère mais constante supériorité sur les +/+, le coefficient varie entre 1,08 et 1,10, traduisant une plus grande fécondité et une mortalité embryonnaire moindre des Sb/+ par rapport aux +/+.

Ces résultats sont en accord avec ceux de Wiedemann ([3]) qui sélectionnant à chaque génération les 50 premières imagos écloses d'un croisement initial Sb/+ × Sb/+ et maintenant les cultures en concurrence forte pour l'aliment, retrouve à la 15e génération 33 % de mouches Sb/+ au lieu du pourcentage calculé de 10,18.

Les individus porteurs du gène Sb sont donc aptes à se maintenir dans une population sauvage si la concurrence larvaire est faible, et à s'y maintenir à un taux d'autant plus élevé que la concurrence larvaire est plus forte. La sévérité de la concurrence apparaît ainsi comme un facteur important dans l'évolution de ces populations de Drosophiles. Or, jusqu'ici aucune population naturelle n'a révélé à l'examen un certain pourcentage de gène Sb dont les porteurs sont cependant si favorisés dans la lutte pour la vie. Des facteurs autres que la concurrence pour l'aliment commanderaient dans la nature l'évolution de cette mutation favorable à cet égard.

([3]) *Genetica*, 18, 1935, p. 277-90.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'utilisation du* Penicillium glaucum *pour le dosage biologique du cuivre.* Note (*) de MM. **Jean Keilling, André Camus, Pierre Foulet** et M[me] **Jacqueline Burdin-Steeg**, présentée par M. Maurice Javillier.

Au cours d'une étude sur le rôle du cuivre dans la croissance des végétaux, nous avons envisagé l'application de la méthode de microdosage biologique de cet élément au moyen de l'*Aspergillus niger*. La coloration des conidies de cet organisme est en rapport avec la teneur en cuivre des milieux de culture. Reprenant, notamment après Javillier ([1]), l'étude de cette propriété, Mulder ([2]) a proposé l'emploi de l'*Aspergillus* pour ce microdosage, dont il a précisé la technique. Le passage progressif du blanc, en l'absence de cuivre, au noir pour 6γ de ce métal dans 100$^{cm^3}$, permet l'établissement d'une échelle de référence.

Nous avons utilisé pour le même objet une souche de *P. glaucum* qui présente des caractéristiques analogues, la coloration passant du blanc, en l'absence de cuivre, au vert en présence de traces du métal.

Le milieu synthétique est privé de cuivre par traitements successifs à l'hydrogène sulfuré et au charbon actif; les sels de fer, de manganèse et de zinc sont ajoutés après ce traitement et les traces de cuivre qu'ils peuvent renfermer n'interviennent pas en raison de leur faible teneur et de leur extrême dilution. Tout le matériel de culture est lavé au mélange sulfochromique bouillant, puis rincé à l'eau distillée exempte de cuivre. La culture se fait à 20° C.

a. Coloration des cultures de P. glaucum *en fonction de la richesse en cuivre du milieu* — Des doses croissantes de cuivre sont ajoutées aux fioles d'Erlenmeyer au moment de l'ensemencement, au moyen d'une solution de sulfate de cuivre stérile et de titre connu. L'ensemencement est effectué à l'aide d'une suspension de conidies dans l'eau bidistillée stérile ou par prélèvement à l'aide d'une pipette Pasteur. Le flambage des pipettes est effectué à l'aide d'un bec de gaz entièrement en verre.

Cuivre dans 40 cm³ du milieu.	Par litre.	Coloration.
0γ	0γ	Blanche
0,2	5	très rares points verts
0,4	10	très légères taches de vert
0,5	12,5	légères taches de vert
0,6	15	vert dominant
0,8	20	vert de plus en plus dominant
1	25	vert franc
2	50	»

(*) Séance du 20 juin 1949.

([1]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **1**, 1914, p. 55; *Bull. Sc. Pharm.*, **21**, 1914, p. 452; *Ann. des Fermentations*, **5**, 1939, p. 371.

([2]) *Ann. Ferm.*, **4**, 1938, p. 513.

Les colorations de la moisissure croissent avec la dose de cuivre. Les résultats, toujours fidèles, s'expriment comme l'indique le tableau de la page précédente.

Le seuil de coloration est donc très net entre $0,2$ et 1^{γ}.

b. Possibilités de remplacement du cuivre par d'autres éléments. — Nous avons ajouté à 40^{cm^3} du milieu 2^{γ}, 10^{γ}, 20^{γ} de chacun des métaux suivants : mercure, étain, strontium, bismuth, cobalt, nickel, aluminium, argent, chrome, plomb, molybdène. Les cultures ont présenté un développement généralement normal, mais sont restées parfaitement blanches; seul le témoin renfermant du cuivre présentait une couleur verte très blanche. Dans les limites de concentration essayées, le cuivre n'est donc remplaçable, pour la pigmentation des conidies, par aucun des éléments éprouvés.

c. Phénomènes d'accoutumance à l'absence de cuivre. — Le Penicillium s'accoutume-t-il à l'absence de cuivre après plusieurs générations? Repiqué sur milieu renfermant du cuivre, garde-t-il sa couleur blanche? L'essai a été mené de la façon suivante : une suspension de conidies est ensemencée dans deux fioles *a* et *b*, contenant respectivement, pour 40^{cm^3} de milieu, 0 et 10^{γ} de cuivre. Après développement normal de la culture, elle est repiquée pour une culture de deuxième génération, *aa* sans cuivre et *bb* avec cuivre, suivant le schéma :

```
            a → aa → aaa → aaaa →
          ↗     ab ↘ aab ↘ aaab ↘
souche ↗                            ....
                ba ↗ bba ↗ bbba ↗
            b → bb → bbb → bbbb →
```

Après 10 générations entretenues par repiquages effectués de 8 en 8 jours la croissance est toujours normale : les cultures *a*, *aa*, *aaa*, etc., *ba*, *bba*, *bbba*, etc., se maintiennent blanches, les cultures *b*, *bb*, *bbb*, *ab*, *aab*, *aaab*, etc. sont vertes. Il n'y a pas encore à ce stade de phénomène d'accoutumance.

d. Pour le dosage du cuivre, deux méthodes peuvent être envisagées :

1° Le produit à analyser, incinéré ou non, est stérilisé, puis ajouté en quantités croissantes à des fioles renfermant 40^{cm^3} du milieu nutritif privé de cuivre et ensemencé avec le Penicillium. La quantité minimum, qui assure une coloration verte de la moisissure, contient 1^{γ} de cuivre. Cette méthode permet un dosage assez précis à partir d'un corps de richesse indéterminée.

2° Si l'on connaît l'ordre de grandeur de la richesse en cuivre du produit, on en pèse une quantité qui renferme entre $0,4$ et 1^{γ} de cuivre. Ce poids de matière est stérilisé, puis introduit dans 40^{cm^3} du milieu sans cuivre, et l'on compare la coloration obtenue avec les colorations de l'échelle; on obtient ainsi la dose exacte à $0,1$ ou $0^{\gamma},2$ près.

La lecture doit se faire après une croissance d'au moins 4 jours. Passé 8 jours, les parties blanches qui apparaissent sur le mycélium jaunissent,

et le contraste entre les parties non colorées et les parties vertes devient moins net.

Voici les résultats de dosages effectués sur une terre, comparativement par une méthode chimique (Laget), la méthode à l'Aspergillus et la méthode décrite : Laget, 14$^{\gamma}$ p. g. ; Aspergillus, 12$^{\gamma}$; Penicillium, 15$^{\gamma}$.

Outre les avantages généraux des méthodes biologiques, l'emploi du *P. glaucum*, au lieu d'*Aspergillus niger*, présente l'avantage d'une plus grande facilité d'appréciation dans l'échelle des dosages par la coloration des conidies.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Procédé de titration biologique de l'hormone du thymus.* Note (*) de M. J. **Comsa**, présentée par M. Robert Courrier.

La sécrétion interne du thymus, parfois mise en doute, a été démontrée par la survie et le maintien de la croissance chez le Cobaye thymiprive traité à l'extrait de thymus ([1]). Ont été étudiés par ce procédé : 1° Un extrait préparé selon Asher et Bachmann ([2]) et rectifié par dialyse ; 2° un extrait préparé d'après une méthode inédite de Bezssonoff, par extraction acide, fractionnement au sulfate d'ammonium, dialyse et précipitation isoélectrique (dose utile 12-15 pour 100^{g} et 48 heures). Pour évaluer l'activité de ces préparations, nous utilisons leur activité antithyroïdienne ([3]), démontrée par l'annulation de deux effets connus de la thyroxine : 1° l'abaissement de la cholestérinémie et 2° l'élévation de la créatinurie.

Pour obtenir des résultats constants, il faut se servir de cobayes thymithyréoprives castrés ([4]).

I. *Épreuve de la cholestérinémie.* — Cobayes mâles, thymithyréoprives castrés, injection de 5$^{\gamma}$ de thyroxine en même temps que de quantités variables d'extrait de thymus. Prise de sang 24 heures plus tard. On considère que l'effet de la thyroxine est annulé lorsque le taux moyen de la cholestérinémie chez 4 animaux ayant reçu la thyroxine et l'extrait de thymus dans le même rapport est voisin du taux normal chez le castrat thymithyréoprive soit $1,3 \pm 0^{mg},16$ par centimètre cube de sérum.

Exemple. Extrait (selon Bezssonoff) BC 14.

Extrait (γ/100^{g})	0	30	40	80	160	200
Cholestérinémie (moyenne de 4 animaux par dose)	0,47	1,24	1,46	1,60	1,86	2,08

(*) Séance du 8 juin 1949.

([1]) Comsa, *C. R. S. B.*, **133**, 1940, p. 56.

([2]) *Bioch. Zeits.*, **268**, 1933, p. 272.

([3]) Krizenecky, *Roux Arch.*, **107**, 1926, p. 583 ; Asher et Nyffenburger, *Bioch. Zeits.*, **223**, 1930, p. 100 ; Gebele, *D. Zeits. Chir.*, **212**, 1929, p. 186 ; Comsa, Thèse de doctorat ès sciences, Strasbourg (Clermont), 1941.

([4]) Comsa, *Bull. Soc. chim. biol.*, 1949 (sous presse).

La dose suffisante d'extrait est donc proche de 30γ par 100g. Cette épreuve indique la dose utile d'extrait à ± 20 % près. La montée de la cholestérinémie en fonction de la dose d'extrait est trop faible pour permettre de la préciser davantage.

II. *Épreuve de la créatinurie.* — Cobayes mâles, thymithyréoprives castrés, injection simultanée de 5γ de thyroxine et de doses variables d'extrait. Récolte quantitative des urines entre 24 et 48 heures après l'injection. L'effet de la thyroxine sur la créatinurie est considéré comme annulé lorsque le taux moyen de la créatinurie chez quatre animaux ayant reçu l'extrait de thymus et la thyroxine dans le même rapport reste voisin du taux normal, soit 0,84 ± 0mg,07 par 100g et 24 heures ([5]).

Exemple B. C. 14 :

Extrait (γ/100)	0.	20.	23.	25.	26.	27.	29.
Créatine (mg/100g/24 h), moyenne de 4 animaux par dose	2,41 ±0,48	1,63 ±0,49	1,52 ±0,38	1,06 ±0,18	0,94 ±0,20	0,6 ±0,05	0,98 ±0,27

La dose de 27γ d'extrait par 100g a donc annulé l'effet de 5γ de thyroxine, car la créatinurie moyenne correspondante est la plus basse et la dispersion est de loin la plus faible.

La précision de cette épreuve ressort de la détermination de la dose suffisante d'extrait pour des doses variables de thyroxine.

Thyroxine (γ/100g)	5	10	20	24	25	26	27
Dose utile d'extrait (γ/100g)	37	54	108	130	156	220	600

Entre 5 et 24γ de thyroxine la dose utile d'extrait est une fonction linéaire de la dose de thyroxine. A partir de 25γ l'efficacité de l'extrait baisse brusquement. (La dose de 25γ est proche de celles qui déterminent un état thyréotoxique grave) ([6]).

Il est donc possible de repérer avec précision la dose utile d'extrait pour telle dose de thyroxine (créatinurie basse). Cependant, donné en excès, l'extrait de thymus détermine lui-même une créatinurie accrue ([7]). Il est donc impossible de dire le cas échéant, si c'est la thyroxine ou l'extrait qui a été injecté en excès (créatinurie élevée dans les deux cas). Il est nécessaire : 1° d'évaluer la dose utile d'extrait par l'épreuve de la cholestérinémie (à ± 20 % près) et 2° de la préciser (à ± 4 % près) par l'épreuve de la créatinurie.

Dose utile pour annuler 5 γ de thyroxine (γ).

Extrait N°.	Cholestérinémie.	Créatinurie.
BC 9	proche de 35	33
BC 10	» 25	26
BC 13	» 20	18
BC 14	» 30	27

([5]) Comsa, *Revue Cand. Biol.*, 7, 1948, p. 616.
([6]) Comsa, Cras, 224, 1947, p. 1185.
([7]) Oehme, *Kl. Woch.*, 1936, p. 158.

Dans 18 autres déterminations ce résultat a été retrouvé. Ces résultats permettent de définir l'unité-cobaye de l'hormone du thymus comme la quantité qui annule l'effet de 1$^{\gamma}$ de thyroxine par 100^{g} de cobaye thymithyréoprive castré.

PHARMACODYNAMIE. — *Pouvoir antimicrobien et présence de plumbagol chez deux* Diospyros *africains* (D. xanthochlamys *Gürke et* D. mespiliformis *Hochst*). Note de M. **René Paris** et Mme **Hélène Moyse-Mignon**, présentée par M. René Souèges.

Au cours de la recherche du pouvoir antimicrobien de diverses plantes de la Côte d'Ivoire utilisées en thérapeutique indigène et provenant de la Mission Kerharo-Bouquet, organisée par l'Office de la Recherche scientifique coloniale, nous avons constaté que deux d'entre elles dénommées Wanié (en guéré) et Blaguigoli (en baoulé), identifiées respectivement à *Diospyros xanthochlamys* et à *Diospyros mespiliformis* inhibaient la croissance du staphylocoque. La technique adoptée est celle des cylindres de Heatley, ne nécessitant ni stérilisation préalable, ni filtration sur bougie, pouvant détruire ou absorber la substance antibiotique. L'infusé à 10 % d'écorces de tiges de *Diospyros xanthochlamys* a un pouvoir antimicrobien comparable à 1 U. I. de pénicilline, celui de *D. mespiliformis* est environ dix fois moins actif; par la méthode des dilutions, il a été constaté, après filtration de l'infusé sur verre Iéna G. 5, que l'écorce de *D. xanthochlamys* agissait également sur le Streptocoque et le Bacille diphtérique (à des dilutions de 1 à 2 ‰).

Divers fractionnements ont montré que le principe antimicrobien peu soluble dans l'eau (qu'il colore cependant en jaune) était soluble dans l'éther de pétrole, l'éther, l'alcool et surtout dans le chloroforme. Il se colore en violet au contact de l'ammoniaque et en rouge foncé par la soude diluée, il précipite en jaune par addition d'acide. Il est volatil et entraînable par la vapeur d'eau. Avec l'acétate de cuivre on obtient une teinte rouge groseille, avec l'acétate de nickel une coloration rouge (Brissemoret et Combes), le réactif de Mandelin donne une coloration verte. Après purification par sublimation ou cristallisation dans l'éther de pétrole ou l'alcool à 60° C ont été obtenues de longues aiguilles jaune orangé de F 74-75°; il s'agit de la plumbagine (plumbagol) ou 5-hydroxy 2-méthyl 1.4-naphtoquinone, déjà signalée chez le *Plumbago europæa*, chez divers *Drosera* et plus récemment chez le *Diospyros maritima*, voisine de la juglone du *Juglans regia* et isomère du phtiocol du Bacille de Koch. Cette naphtoquinone est douée de propriétés physiologiques intéressantes : c'est un bactériostatique puissant inhibant la croissance du Staphylocoque à la dilution 1 pour 500000 (De Saint Rat, Olivier et Chouteau), du Streptocoque, du Pneumocoque et même celle du Bacille

tuberculeux (Lloyd et Middlebrook); très proche chimiquement de la vitamine K, elle possède des propriétés coagulantes.

Nous avons dosé cette quinone : soit en traitant la drogue en milieu acide par l'éther-chloroforme, épuisement de ce solvant par la soude à 2 %, acidification de la solution alcaline par l'acide chlorhydrique en présence d'éther, les solutions éthérées déshydratées sont évaporées avec précaution; soit par entraînement à la vapeur d'eau, le distillat acidifié et saturé de chlorure de sodium est mis en présence d'éther de pétrole qui est évaporé dans un cristallisoir taré; ce second procédé donne un rendement plus faible mais un produit plus pur. Voici quelques résultats obtenus avec la première méthode :

Diospyros xanthochlamys, écorces de tronc 2,25 %; feuilles 0,12 %.
Diospyros mespiliformis, écorces de tronc 0,90 %; feuilles, traces.

(dans les mêmes conditions les racines de *Plumbago zeylanica* provenant également d'A. O. F. indiquaient une teneur de 1,26 %).

En dehors de la plumbagine, ont pu être caractérisés au point de vue chimique un tanin, une saponine et une substance à fluorescence bleue en milieu alcalin, soluble dans les solvants organiques, cristallisant dans l'eau, l'acétone (F 204-205°) vraisemblablement identique au scopolétol (esculétol 6-méthyl éther), substance très répandue dans le règne végétal (*Scopolia*, *Gelsemium*, *Ipomœa*, etc.).

Quelques essais physiologiques ont été effectués avec le *D. xanthochlamys* : l'infusé d'écorces à 1 pour 200 tue les Paramécies en 10 minutes et les Daphnies en 15 minutes. Il produit chez le Poisson (*Ides melanotes*) de violents phénomènes d'excitation puis de la paralysie. Chez la Souris, la dose maxima tolérée par voie sous-cutanée est voisine de 5 g/kg et la dose mortelle d'environ 10 g/kg. Chez le Chien par voie intra-veineuse et à la dose de 0,20 g/kg, le *D. xanthochlamys* provoque de l'hypertension et de l'hyperpnée. Avec les feuilles les mêmes effets sont retrouvés mais très atténués. Le *Diospyros mespiliformis* possède une action physiologique analogue; cependant, bien que moins riche en plumbagine, il est plus toxique pour les Paramécies et pour la Souris (dose tolérée 2,50 g/kg.

Ces deux *Diospyros* sont assez communs en A. O. F. (surtout le *D. mespiliformis*), voisins du *Diospyros Kaki* à fruit comestible, dont le bois noircit peu à peu (bois d'ébène), ce qui est dû à l'oxydation de la quinone. Ils sont utilisés en Afrique comme antidysentériques, vermifuges (par voie buccale) et comme vésicants, antilépreux (usage externe) et doivent leurs propriétés thérapeutiques en grande partie à la plumbagine. Le *Diospyros xanthochlamys*, riche en plumbagine, mériterait d'être essayé en thérapeutique européenne au même titre que le Droséra.

MICROBIOLOGIE. — *Étude d'une technique de sporulation*. Note de M. **Henry Deshayes** et M[lle] **Marcelle Peyré**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une précédente Note nous avons signalé l'action favorable d'un gel de silice dans la sélection des souches de Pénicillium. Nous avons alors cherché un support de même nature pour faire les multiplications de spores, et nous nous sommes arrêtés aux billes de terre cuite. Nous avons essayé différents milieux d'imprégnations : les milieux de sporulations usuels ne nous ont pas donné de bons résultats. C'est finalement le milieu de production de Moyer et Cogghil dilué au tiers et additionné d'une quantité convenable de sulfate ferreux qui a été retenu.

Dans ces conditions, l'appareil mycélien est réduit au minimum et les billes sont uniformément couvertes d'un mince tapis entièrement sporulé.

Le nombre de spores obtenu comparé à celui fourni avec d'autres procédés s'établit ainsi, les ensemencements étant faits avec la même émulsion :

Récipient.	Milieu de sporulation.	Émulsion dans	Nombre de spores au cm^3. Souche I-4.	Souche Q-176.
Erlenmeyer de 1000^{cm^3}.	150^{cm^3} gélosé à 0,75 ‰	le milieu restant après culture 100^{cm^3}	50.10^6	60.10^6
Boîtes de Roux.......	150^{cm^3} gélosé à 0,20 ‰	100^{cm^3} d'eau gélosée à 0,75 ‰	25.10^6	200.10^6
Erlenmeyer de 300^{cm^3}.	150^{cm^3} de billes imprégnées	100^{cm^3} d'eau gélosée à 0,75 ‰	200.10^6	100.10^6

Pour la souche I-4 du laboratoire, dont la sélection par passages sur silicogel et les caractères seront décrits dans une prochaine Note, l'ensemencement est fait à partir de billes; la Q-176 ici utilisée n'a pas été passée sur silicogel et l'ensemencement est fait à partir d'une gélose.

Le passage de sporulation dans ces conditions n'altère pas la souche comme le montre le tableau suivant :

Passages successifs de sporulation.	Silicogel.	Billes 1.	Billes 2.	Billes 3.
Titre en production.........	630	800	900	800

Les billes donnent une population plus homogène; voici une de nos expériences : A partir d'une souche qui titrait 200 à 300 unités oxford au 7[e] jour, nous avons ensemencé des billes et des bouteilles renfermant 150^{cm^3} du milieu sporulation de Moyer et Cogghil gélosé à 0,75 %. A partir de chaque sporulation, nous avons ensemencé 24 bouteilles de production et titré le taux en pénicilline de ces 24 bouteilles au 7[e] jour. Ces titres se répartissent comme suit :

Titre au 7ᵉ jour.........	80-100.	100-150.	150-200.	200-300.	300-400.
Sporulation bille........	0	1	4	17	2
« liquide......	2	4	5	12	1

En résumé, nous avons réalisé une technique de sporulation qui permet d'obtenir avec notre souche 1-4 de 4 à 8 fois plus de spores que par les techniques habituelles, mais qui se montre inférieure à la sporulation sur milieu gelosé à 20 %, si la souche n'a pas été au préalable passée sur gels de silice. Cette technique, non seulement ne diminue pas la valeur de la souche, mais diminue le pléomorphisme et fournit une population plus homogène que les milieux liquides ou gélosés usuels destinés à la sporulation.

Nous avons expérimenté cette technique avec d'autres microorganismes que le Pénicillium, et avons obtenu des résultats analogues. Il s'agit donc là d'une étude d'intérêt général, applicable aux problèmes de reproduction des bactéries et des champignons.

MICROBIOLOGIE — *Les pénicillines retard à long terme et la notion d'accumulation.* Note (*) de M. **P. Destouches**, Mᵐᵉ **D. Decaris**, MM. **H. Velu** et **N. Karatchentzeff**, présentée par M. Gaston Ramon.

En dépit d'essais cliniques innombrables, la pénicilline, du fait du perfectionnement continuel des formes pharmaceutiques, pose sans cesse de nouveaux problèmes comme celui de la thérapeutique discontinue par sels solubles avec pointes initiales très élevées de pénicillinémie, ou continue par sels insolubles avec concentration sanguine en plateau.

C'est un de ces derniers sels, le benzylpénicillinate de 5-vinyl quinuclidyl-1.2.6-méthoxy-quinolyl-4-carbinol, en excipient huileux dont C. Levaditi, H. Penau et leurs collaborateurs ([1]) ont démontré récemment l'action en clinique sur le gonocoque et le tréponème dont nous avons suivi les modalités de résorption et d'élimination par l'organisme.

Nous avons étudié l'effet retard dû à l'insolubilité de ce sel de quinine et à l'excipient huileux chez plus de 200 malades qui ont reçu de 1 à 7 séries de 3 à 12 injections chacune. En suivant les règles que nous avons définies dans une précédente Note ([2]) et la méthode de titrage que nous avons précisée ([3]) nous avons déterminé la pénicillinémie initiale, la pénicillinémie d'accumulation et le coefficient de sécurité sur des séries de 10 malades.

(*) Séance du 20 juin 1949.

([1]) C. Levaditi, H. Penau, A. Vaisman et G. Hagemann, *Presse Médicale*, 20 avril 1949, p. 356.

([2]) H. Velu, N. Karatchentzeff, P. Destouches et Mᵐᵉ Decaris, *Bull. Acad. Méd.*, 132, 1948, p. 578.

([3]) H. Velu et Mˡˡᵉ D. Chabanas, *Ann. Inst. Past.*, 75, 1948, p. 189.

a. Pénicillinémie initiale. — Avec des doses de 300 000 et de 500 000 U, les concentrations suivantes ont été obtenues :

	1.	4.	8.	12.	24.	36.	48.	96.
1°.......	0,25	0,31	0,24	0,16	0,10	0,06	0,05	0,033
2°.......	0,30	0,36	0,24	0,20	0,14	0,08	0,07	0,05

La dose de 300 000 U entraîne donc dès la première injection un retard moyen de 36 heures pour une concentration sanguine moyenne de 0,06 U/cm³, de 48 heures pour 0,05 et même de 96 heures pour 0,033.

Lorsque l'on porte la dose à 500 000 U, les taux sanguins ne sont pas augmentés proportionnellement.

La comparaison du pénicillinate de quinine avec un pénicillinate de procaïne en huile avec monostéarate d'aluminium a décelé un léger avantage pour le second sel en ce qui concerne la pointe initiale, et pour le premier en ce qui concerne le retard; ce qui s'explique par la différence de solubilité. Les concentrations avec 300 000 et 500 000 U de pénicillinate de procaïne ont été les suivantes, tout à fait comparables à celles de E. W. Thomas et collaborateurs (4)

	1.	4.	8.	12.	24.	36.	48.	96.
1°.......	0,42	0,31	0,26	0,21	0,12	0,09	0,06	0,03
2°.......	0,42	0,36	0,32	0,24	0,14	0,10	0,08	0,04

b. Pénicillinémie d'accumulation. — La pénicillinémie initiale ne renseigne pas seulement sur l'importance de la pointe initiale, du plateau, du retard, elle fournit encore une notion très importante selon nous : celle de la possibilité d'une accumulation de pénicilline lorsque les injections sont renouvelées selon un rythme plus rapide que l'élimination. C'est cette pénicillinémie d'accumulation que nous avons suivie d'une façon régulière sur des malades qui ne recevaient que 3 injections de 500 000 U par semaine, suivant le rythme 48-48-72 heures ; elle nous a permis de constater que la concentration se maintenait à des taux variables suivant les malades, mais restait comprise au moment de l'injection suivante entre 0,04 et 0,08 U (chiffres extrêmes : 0,03 et 0,20 ; les taux inférieurs à 0,03 restant exceptionnels). L'intervalle de 48 heures constitue cependant une limite qu'il vaut mieux ne pas dépasser.

La répétition des injections suivant un rythme plus rapide permet au contraire, comme l'ont montré R. Martin, B. Sureau et collab. (5), d'obtenir facilement, avec un nombre d'Unités relativement peu élevé et sans pointes inutiles, des pénicillinémies accusées en plateau régulier, grâce encore à l'accumulation.

---

(4) E. W. Thomas, N. J. Romansky, C. R. Rein, et D. K. Kitchen, *J. A. M. A.*, 137, 1948, p. 1517.

(5) R. Martin, B. Sureau, Y. Chabbert et Ch. Junod, *Semaine des Hôp.*, Paris, 25, 1949, p. 961.

c. Coefficient de sécurité. — Sur la base du taux thérapeutique théorique minimum de 0,03 U/cm³, dès la première injection de 300 000 U, le coefficient a été de 100 % à la 36ᵉ heure; il était encore de 90,9 à la 48ᵉ heure et de 87,7 à la 96ᵉ heure; mais, toujours du fait de l'accumulation, il s'élève à 100 %, dès la seconde injection.

En résumé, les pénicillines retard à base de sels insolubles, le pénicillinate de quinine en particulier, grâce à des doses de 300 ou 500 000 U, à un rythme convenable des injections, et du fait de l'accumulation qu'elles provoquent dont il faut toujours tenir compte, permettent d'obtenir les concentrations sanguines désirées pendant le temps voulu, ce qui leur assure une supériorité marquée sur les pénicillines hydrosolubles, à condition de connaître de façon précise la longueur du retard et le coefficient de sécurité pour ce retard.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h45m.

R. C.

ERRATA.

(*Comptes rendus* du 30 mai 1949.)

Note présentée le 16 mai 1949, de M. *Maurice Cotte*, Sur deux critériums de qualité d'un système linéaire de transmission :

Page 1694, 10ᵉ ligne, *au lieu de* correspondra, *lire* correspondront.
» » 17ᵉ ligne, *au lieu de* $u(ty)(t-\theta)$, *lire* $u(t)y(t-\theta)$.

FIN DU TOME DEUX-CENT-VINGT-HUITIÈME.